

**OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS RELATIVOS AO CONCEITO DE LIMITE NA PRODUÇÃO ACADÊMICA EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**

**EPISTEMOLOGICAL OBSTACLES RELATED TO THE CONCEPT OF LIMIT IN ACADEMIC PRODUCTION IN THE HISTORY OF MATHEMATICS**

**Mônica Suelen Ferreira de Moraes\***  
**Dailson Evangelista Costa\*\***  
**Iran Abreu Mendes\*\*\***

**RESUMO**

Esse trabalho teve por objetivo realizar um levantamento da produção acadêmica gerada em pesquisas de dissertações e teses do país, no campo da Educação Matemática, especificamente os trabalhos que versam sobre as implicações dos obstáculos epistemológicos no desenvolvimento do conceito de limite, e conceitos da sua vizinha, como variável, função e continuidade. Foram analisadas 6 pesquisas entre teses e dissertações e 1 capítulo de livro de âmbito internacional que trata da mesma temática. Esta é uma pesquisa bibliográfica, no qual a coleta de dados foi realizada em documentos. A análise foi realizada através da identificação do trabalho, seu objetivo, procedimentos metodológicos, alguns resultados e a identificação do que a pesquisa apresentou sobre os obstáculos epistemológicos relativos aos conceitos de limites, variável, função e continuidade. Os trabalhos trazem contribuições significativas para a Educação Matemática, inclusive apresentando elementos teóricos significativos para a produção do conhecimento reconhecido como científico nessa área. A partir dos obstáculos epistemológicos identificados nestes trabalhos, é possível analisar implicações para o ensino de limite, variável, função e continuidade.

**Palavras-chave:** Obstáculo epistemológico. Limite. Função. Variável. Continuidade. Pesquisa bibliográfica.

**ABSTRACT**

This study aimed to conduct a survey of the academic production generated from dissertations and theses research in the country, in the field of Mathematics Education, specifically focusing on works that address the implications of epistemological obstacles in the development of the concept of limit, as well as related concepts such as variable, function, and continuity. Six research studies, including theses and dissertations, and one international book chapter on the same topic were analyzed. This is a bibliographic

---

\* Doutorado em Educação em Ciências Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Professora da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. E-mail: [monicamoraes@uft.edu.br](mailto:monicamoraes@uft.edu.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8806-2027>

\*\* Doutorado em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Professor da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. E-mail: [dailson\\_costa@uft.edu.br](mailto:dailson_costa@uft.edu.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6068-7121>

\*\*\* Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: [iamedes1@gmail.com](mailto:iamedes1@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7910-1602>



research in which data collection was carried out through document analysis. The analysis involved identifying the work, its objective, methodological procedures, some results, and what the research presented about the epistemological obstacles related to the concepts of limits, variable, function, and continuity. The works provide significant contributions to Mathematics Education, including presenting substantial theoretical elements for the production of knowledge recognized as scientific in this area. Based on the epistemological obstacles identified in these studies, it is possible to analyze the implications for teaching limits, variables, functions, and continuity..

**Keywords:** Epistemological Obstacle. Limit. Function. Variable. Continuity. Bibliographic Research.

## 1 INTRODUÇÃO

Uma das preocupações iniciais de um pesquisador que desenvolve uma investigação é revisar o que fora publicado sobre o tema de sua escolha. A revisão bibliográfica indica, conforme Fiorentini e Lorenzato (2009), as fontes que serão inicialmente consultadas, com o propósito de aprofundar e conhecer o que já se tem pesquisado sobre o tema.

Sabemos que nos cursos de Matemática do ensino superior, tanto nas licenciaturas como no bacharelado, há um alto índice de reprovação e desistência da disciplina de Cálculo. Acreditamos que um dos conceitos que pode ajudar a analisar as dificuldades nessa disciplina sejam os obstáculos epistemológicos. Com isso, direcionamos a temática dessa pesquisa para o âmbito do Cálculo, particularmente para os obstáculos concernentes aos conceitos de limite, função, variável e continuidade.

Temos que a motivação para realização desse estudo surgiu no decorrer do curso de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. Então, procuramos responder a seguinte pergunta: Qual é o panorama das dificuldades no ensino e aprendizagem do conceito de limite e conceitos circunvizinhos no ensino superior? Assim, temos como objetivo deste trabalho realizar um levantamento da produção acadêmica gerada em pesquisas de dissertações e teses do país, e outros trabalhos internacionais, no campo da Educação Matemática, especificamente os trabalhos que versam sobre as implicações dos obstáculos epistemológicos no desenvolvimento do conceito de limite, e conceitos da sua vizinha, como variável, função e continuidade.

Para isso, apresentaremos inicialmente a noção de obstáculos epistemológicos de Bachelard (1996) que se configura como o embasamento teórico deste trabalho. Em seguida, trazemos os procedimentos metodológicos deste trabalho, na qual optamos por realizar uma

pesquisa bibliográfica e analisamos seis trabalhos que se inserem neste contexto. Dessa forma procuramos trazer contribuições para o campo da Educação Matemática, pelo enfoque na exploração epistemológica das informações históricas dos conceitos de limite, função, variável e continuidade.

## 2 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E O DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DA MATEMÁTICA

Com relação ao obstáculo sob o ponto de vista didático, é um conhecimento local, um conhecimento pontual. Porém, do ponto de vista filosófico obstáculo é um limite à atividade, que pode ser definido pelo fato de uma atividade se opor, um obstáculo. Epistemologia é a teoria do conhecimento, é a doutrina do saber, é um modo de tratar um problema nascido de um pressuposto filosófico específico, que objetiva buscar a origem, a natureza, o valor e os limites da faculdade de conhecer, e foca no desenvolvimento histórico de um certo conhecimento ou conceito (ABBAGNANO, 2007). Um obstáculo epistemológico é inerente ao conhecimento, está intrinsecamente presente no desenvolvimento de conceito e que é encontrado na história do desenvolvimento do próprio conceito.

Para Barros (2016), um conceito movimenta perspectivas teóricas, nesta pesquisa a epistemologia da ciência, e serve como ponto de apoio sistemático para determinado conhecimento a ser produzido; além disso, ele é considerado uma unidade de conhecimento e não apenas unidade de comunicação, como é o caso da palavra comum.

Uma palavra ou expressão (obstáculo epistemológico, por exemplo) pode transformar-se em conceito dentro de perspectivas teóricas específicas, “o que traz uma palavra [ou uma expressão] o status de conceito, em muitos casos, é o campo no qual ela se encontra” (BARROS, 2016, p. 29). Os conceitos também são caracterizados por mobilizarem, dentro de si, certas dinâmicas de conteúdo, estabelecendo, internamente, pontes e relações com outros conceitos; além de constituírem, em sua estrutura, componentes que também são conceituais e que estabelecem relações específicas entre eles mesmos (BARROS, 2016).

Barros (2016, p. 41) afirma que: “Um *conceito* pode ser entendido como uma formulação abstrata e geral, ou pelo menos uma formulação passível de generalização que o indivíduo pensante utiliza para tornar alguma coisa inteligível nos seus aspectos essenciais e fundamentais, para si mesmo e para outros”.



O autor que discutiu o conceito de obstáculo epistemológico na epistemologia da ciência foi Bachelard (1996) em 1938, com o propósito de tratar da formação do espírito científico. Nessa obra, ele faz uma análise do espírito científico dos séculos XVIII e XIX, na ciência moderna, observando as condições em que a ciência evolui, de forma não linear, através de sucessivas retificações, pela existência dos erros, por descontinuidade e rupturas, podendo, a partir dessa análise, conhecer como ocorreu a formação histórica dos conceitos científicos.

A respeito das suas discussões sobre a formação do espírito científico, Bachelard (1996) estabelece um modelo de organização da história da ciência em três períodos: o estado pré-científico, o estado científico e o novo espírito científico. Todavia, ressalta que a divisão proposta por ele não pretende e nem consegue abranger a totalidade do desenvolvimento histórico da ciência em suas diferentes etapas espaço-temporais, bem como acerca da organização histórica do pensamento científico. Neste sentido destaca que:

(...) o primeiro período, que representa o estado pré-científico, compreenderia tanto a Antiguidade clássica quanto os séculos de renascimento e de novas buscas, como os séculos XVI, XVII e até XVIII. O segundo período, que representa o estado científico, em preparação no fim do século XVIII, se estenderia por todo o século XIX e início do século XX. Em terceiro lugar, consideraríamos o ano de 1905 como o início da era do novo espírito científico, momento em que a Relatividade de Einstein deforma conceitos primordiais que eram tidos como fixados para sempre (BACHELARD, 1996, p. 9).

Ainda em seu discurso preliminar, Bachelard (1996) apresenta a tarefa da filosofia científica que deve “psicanalisar o interesse, derrubar qualquer utilitarismo por mais disfarçado que seja, por mais elevado que se julgue, voltar o espírito do real para o artificial, do natural para o humano, da representação para a abstração” (p. 13).

Diante dos mecanismos para a aquisição de conhecimentos utilizados tanto para a epistemologia ou história da ciência, ensino e aprendizagem, a noção de obstáculo aparece como fundamental para o problema do conhecimento científico. Bachelard (1996) aponta que o problema do conhecimento científico deve ser colocado em termos de obstáculos, dado que “é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos” (p. 17).

Para o filósofo, o primeiro obstáculo a ser superado é a opinião, pois o espírito científico nos proíbe que tenhamos opinião sobre algo que não compreendemos e/ou não sabemos formular com clareza. Nesse âmbito, devemos formular problemas, pois é o sentido do problema

que caracteriza o verdadeiro espírito científico.

Segundo Bachelard (1996), a noção de obstáculo epistemológico pode ser estudada mediante desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da educação, sendo que é ao aprofundarmos a noção de obstáculo epistemológico que conferimos pleno valor espiritual à história do pensamento científico. Para o filósofo:

É no eixo experiência razão e no sentido da racionalização que se encontram ao mesmo tempo o risco e o êxito. Só a razão dinamiza a pesquisa, porque é a única que sugere, para além da experiência comum (imediate e sedutora), a experiência científica (indireta e fecunda) (BACHELARD, 1996, p. 22).

Encontramos a partir das ideias de Bachelard (1996) a principal diferença entre um epistemólogo e um historiador, como podemos verificar no esquema apresentado pela figura 1:

**Figura 1** - Historiador x Epistemólogo



Fonte: Elaborado pelos autores (2013).

Diante de um fato mal interpretado, Bachelard (1996) afirma que um historiador procura conhecer e esclarecer apenas o fato e em que circunstâncias este fato pode vir a ocorrer. O epistemólogo interpreta este fato como um conhecimento mal formulado, transformando-o em um obstáculo ou um contra-pensamento do conhecimento em si. Bachelard (1996) conclui, então, que um epistemólogo deve captar conceitos científicos em sínteses psicológicas efetivas estabelecendo, a respeito de cada noção uma escala de conceitos, ou seja, interligando esses conceitos para enfim viabilizar o seu entendimento.

Alguns dos principais obstáculos epistemológicos, segundo Bachelard (1996), que não só causam a estagnação da construção do pensamento científico, mas também contribuem para o seu retrocesso são: experiência primeira; conhecimento geral; obstáculo verbal;



conhecimento unitário e pragmático; obstáculo substancialista; obstáculo animista; obstáculos do conhecimento quantitativo.

O primeiro obstáculo a ser superado na formação do espírito científico, segundo Bachelard (1996) é a experiência primeira, que não constitui uma base segura, haja vista que é colocada antes e acima da crítica, um elemento necessariamente integrante do espírito científico:

Ao espetáculo dos fenômenos mais interessantes, mais espantosos, o homem vai naturalmente com todos os seus desejos, com todas as suas paixões, com toda a alma. Não é, pois, de admirar que o primeiro conhecimento objetivo seja um primeiro erro (BACHELARD, 1996, p. 68).

A respeito do conhecimento geral como obstáculo para o conhecimento científico, Bachelard (1996) expõe que a ciência do geral é uma suspensão da experiência, um fracasso do empirismo inventivo, podendo o espírito científico se enganar ao estar atraído pelo universal. Sendo assim, para que haja de fato uma abstração científica sadia e dinâmica, deve-se primeiramente analisar cuidadosamente todas as “facilidades” relacionadas a ela.

No obstáculo verbal há uma tendência de se associar uma palavra concreta a uma abstrata. Bachelard (1996) evidencia que o excesso de imagens prejudica a razão, impedindo uma visão nítida e abstrata dos problemas reais. Além disso, afirma que o perigo das metáforas para a formação do espírito científico reside no fato de que nem sempre são passageiras, já que tendem a completar-se no reino das imagens, remetendo mais uma vez que a intuição primeira é um obstáculo para a formação do espírito científico, portanto, devemos tentar diluir, senão apagar, essas imagens ingênuas.

Bachelard (1996) aponta que para o período pré-científico a unidade é algo sempre almejado, sendo às inúmeras atividades naturais manifestações variadas de uma natureza singular, manifestando assim, o obstáculo do conhecimento unitário e pragmático “não é concebível que a experiência se contradiga, ou seja, compartimentada. O que é verdadeiro para o grande deve ser verdadeiro para o pequeno, e vice-versa” (p. 107).

Evidenciamos durante o período pré-científico uma tendência a unidade de explicação por uma única característica, co-existindo uma necessidade de generalização extrema de um único conceito. Entretanto, toda essa “confusão” no decorrer desse período não

deve ser descartada, haja vista que “É ao tomar consciência dessa revolução da cidadela erudita que se poderá, de fato, compreender a força de formação psicológica do pensamento científico e que se avaliará a distância do empirismo passivo e registrado ao empirismo ativo e pensado” (BACHELARD, 1996, p. 119).

O obstáculo substancialista é caracterizado por suas intuições dispersas e, por vezes, opostas. No decorrer do período pré-científico, percebemos que:

Por uma tendência quase natural, o espírito pré-científico condensa num objeto todos os conhecimentos em que esse objeto desempenha um papel, sem se preocupar com a hierarquia dos papéis empíricos. Atribui à substância qualidades diversas, tanto a qualidade superficial como a qualidade oculta (BACHELARD, 1996, p. 121).

Nesse sentido, podemos inferir que o substancialismo entrava futuros progressos no pensamento científico, haja vista que permite uma explicação breve e decisiva, conseqüentemente, uma falta na bagagem teórica. Dessa maneira, o espírito científico não se satisfaz (ou não pode se satisfazer) com a mera relação de elementos de um fenômeno com sua respectiva substância, sem uma determinação precisa e detalhada.

Bachelard (1996) aponta ainda que uma das características mais latentes no substancialismo é o excesso de adjetivos para um mesmo substantivo, sendo que:

As qualidades estão ligadas à substância por um vínculo tão direto que podem ser justapostas sem grande preocupação com suas relações mútuas. Existe no caso um empirismo tranquilo que está longe de provocar experiências. Ele se aprimora com pouco, apenas aumentando o número de sinônimos (p. 140).

Podemos inferir, nessa perspectiva, que essa sedução substancialista diverge do progresso do pensamento científico, que ao contrário do substancialismo, consiste em diminuir a quantidade de adjetivos relacionados a um substantivo. Pois, “na ciência, os atributos são pensados de forma hierárquica e não de forma justaposta” (BACHELARD, 1996, p. 140).

O obstáculo animista aparece em determinado momento do desenvolvimento pré-científico, no qual, segundo Bachelard (1996), os fenômenos biológicos explicavam os fenômenos físicos. Ou seja, “acima do mecanismo objetivo, é o mecanismo corporal que serve de instrutor” (p. 201). O exemplo abaixo mostra essa necessidade de colocar o corpo humano como modelo de fenômeno objetivo:



O arame, como se sabe, serve para tons mais agudos dos instrumentos de cordas metálicas. Ora, a forte tensão que ele pode suportar parece indicar que esse metal é feito de cabelos que podem ser fiados e torcidos como os cânhamos (JADELOT, 1787 apud BACHELARD, 1996, p. 202).

Nesse âmbito, percebemos que para o pensamento pré-científico, a imagem animista é mais natural, convincente, sendo latente uma tendência de individualizar os fenômenos e acentuar o caráter individual das substâncias pela vida. “Não é, portanto, para o lado da sã abstração que se encaminha o espírito pré-científico. Ele busca o concreto, a experiência fortemente individualizada” (BACHELARD, 1996, p. 208).

Bachelard (1996) coloca que um conhecimento objetivo imediato, pelo fato de ser qualitativo, já é falseado, carrega um erro a ser corrigido. Esse conhecimento marca fatalmente o objeto com impressões subjetivas, que precisam ser retiradas; ou seja, conhecimento objetivo precisa ser psicanalisado. Aponta o filósofo que um conhecimento imediato é, por princípio, subjetivo. Ao considerar a realidade como um bem, ele oferece certezas prematuras que, em vez de ajudar, entavam o conhecimento objetivo.

E ainda, a grandeza não é automaticamente objetiva, e basta dar as costas aos objetos usuais para que se admitam as determinações geométricas mais esquisitas, as determinações quantitativas mais fantasiosas. Portanto, o conhecimento quantitativo não resiste, inicialmente, aos perigos do conhecimento qualitativo.

Como o objeto científico sempre é, em certos aspectos, um objeto novo, compreende-se logo que as determinações primeiras sejam quase forçosamente indesejáveis. É preciso muito estudo para que um fenômeno novo deixe aparecer a variável adequada.

De fato, uma das exigências primordiais do espírito científico, como descreve Bachelard (1996), é que a precisão de uma medida refira-se constantemente à sensibilidade do método de mensuração e leve em conta as condições de permanência do objeto medido. Sobre essa questão é possível perceber o divórcio entre o pensamento do realista e o pensamento do cientista. O realista mede porque o possui, o cientista “aproxima-se do objeto primitivamente mal definido” e prepara-se para medir, é o seu método de medir, mais do que o objeto de sua mensuração, que o cientista descreve. O objeto medido nada mais é que um grau particular da aproximação do método de mensuração. Bachelard (1996) afirma que o cientista crê no realismo

da medida mais do que na realidade do objeto.

Segundo Bittencourt (1998, p. 13), “do ponto de vista pedagógico, a visão epistemológica de Bachelard (1996) implica a análise crítica do processo de aprendizagem, considerando as dificuldades, erros e falhas como parte deste processo”. Segundo a pesquisadora, Bachelard (1996) também alerta o ensino de ciências desconsiderando o processo histórico de construção do conhecimento e a experiência do aluno, possibilitando assim, a utilização da noção de obstáculo epistemológico em didática da ciência.

Bachelard (1996, p. 28) afirma que “a história da matemática é maravilhosamente regular. Conhece períodos de pausa. Mas não conhece períodos de erro”, nesse sentido, para ele, na Matemática não há obstáculos epistemológicos. Faz-se necessária aqui uma discussão sobre a existência ou não do obstáculo epistemológico na História da Matemática.

Concordamos que não há obstáculos epistemológicos na Matemática por compreendermos que estes vêm sendo superados ao longo do seu próprio desenvolvimento. Por exemplo, o conceito de número inicialmente nasce da necessidade de se comparar grandezas discretas e operá-las. O número natural foi suficiente enquanto a operação era adição. A partir de outras necessidades este conjunto não é mais suficiente e vai se criando conjuntos numéricos que satisfazem as novas demandas, no entanto, não invalida os conjuntos criados anteriormente, o conceito de número vai sendo alargado. Conforme Costa (1981, p. 224) “as extensões sucessivas da ideia de número se justificam pela necessidade que temos de simbolizar certas grandezas concretas, com a sua divisibilidade, a sua orientabilidade, a sua continuidade”.

O que estamos denominando de obstáculos epistemológicos, corroborando com as ideias de Bachelard (1996), foram as dificuldades enfrentadas e superadas no desenvolvimento histórico da Matemática, e mais especificamente do conceito de limite.

Sobre esse posicionamento, Asimov (1996) afirma que na Matemática, diferentemente de outras ciências, não há correção significativa, só extensão. Cada matemático acrescenta algo ao que já está posto, com uma base sólida e funcional. Também entendemos que a Matemática não apresenta crise no seu desenvolvimento, não há uma grande modificação de paradigma na Matemática que negue o anterior. Esse ponto de vista fortalece a premissa de que a matemática em si não apresenta obstáculos epistemológicos em conceitos já formalizados, pois para desenvolvê-lo, já ocorreu o processo de superação desses obstáculos epistemológicos.



A fraqueza na utilização da concepção de obstáculo epistemológico, para Schubring (2018) está no entendimento da história quando compreendida como fixa, firme e determinada, nas quais as suas questões são basicamente resolvidas. No entanto, as reflexões estabelecidas por Bachelard (1996) podem ser utilizadas no sentido de esclarecer dificuldades do desenvolvimento conceitual, principalmente na categoria de causas.

Concordamos com a crítica de Schubring (2018) quanto a utilização da noção de obstáculo epistemológico, e consideramos usar como lente este conceito para uma o estudo histórico do conceito de limite de função, variável e continuidade, enfatizando os processos de superação de obstáculos epistemológicos surgidos ao longo do desenvolvimento destes conceitos, por acreditarmos que este tipo de estudo possibilita um aprofundamento na compreensão de seu desenvolvimento conceitual.

### **3 METODOLOGIA**

A análise metodológica de uma pesquisa qualitativa, como Fiorentini e Lorenzato (2009) destacam, pode assumir uma perspectiva teórica, exploratória ou descritiva. Neste trabalho foi adotada a perspectiva exploratória, no qual “o pesquisador diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela” (p. 69). Esse tipo de pesquisa pode envolver levantamento bibliográfico, realização de entrevistas, aplicação de questionários ou testes ou, até mesmo, estudo de casos.

Dentre os tipos de pesquisa apontados por Fiorentini e Lorenzato (2009), este trabalho se define como uma pesquisa bibliográfica ou documental, realizada sobre a análise de documentação escrita. Ante a pesquisa bibliográfica, temos três tipos de estudos: a meta-análise, os estudos do estado da arte e os estudos tipicamente históricos. Conforme Fiorentini e Lorenzato (2009), a meta-análise é uma revisão sistemática de outras pesquisas, “visando realizar uma avaliação crítica delas e/ou produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos, transcendendo aqueles anteriormente obtidos” (p. 103).

Para evidenciarmos as pesquisas que trataram dos obstáculos epistemológicos concernentes ao conceito de limite, e de outros conceitos relacionados a esse conceito, como variável, função e continuidade, optamos por realizar uma pesquisa bibliográfica resultante de

material publicizado, como é o caso das teses, dissertações e livros. Ao estabelecer relação entre os objetos de estudo das pesquisas já existentes e examiná-los em consonância uns com os outros, temos a possibilidade de vislumbrar perspectivas capazes de orientar práticas educacionais e implicações de ensino destes conceitos (LAKATOS e MARKONI, 2003).

Uma revisão bibliográfica foi realizada diante da temática dos obstáculos e dificuldades na aquisição do conceito de limite tomando como base o Catálogo de teses e dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Com esse procedimento foram identificados 25 trabalhos brasileiros (teses e dissertações), voltadas para a temática do Cálculo, com base nas seguintes palavras-chave: “obstáculo”, “obstáculo epistemológico”, “cálculo”, “limite” e “continuidade”, delimitamos as grandes áreas de conhecimento para “ciências humanas” e “multidisciplinar”, afunilamos a pesquisa para as áreas de conhecimento “educação”, “ensino”, “ensino de ciências e matemática”, “ensino-aprendizagem”, “epistemologia”, “filosofia” e “interdisciplinar”. Não foi utilizado recorte temporal.

A partir de uma análise dos títulos e resumos dos trabalhos identificados no portal, fizemos uma nova filtragem tomando como critério aqueles focados sobre variável, função, limite e continuidade que abordaram, não necessariamente como objetivo principal, os obstáculos epistemológicos desses conceitos, e cruzando os resultados das cinco buscas, selecionamos 25 trabalhos a serem analisados. Realizamos a leitura e caracterização de 21 trabalhos a partir do modelo de fichamento do Quadro 1, pois quatro pesquisas não foram encontradas disponíveis.

**Quadro 1** - Formulário de caracterização dos trabalhos identificados.

1. Identificação (referência completa)
2. Problema e objetivo
3. Procedimentos metodológicos
4. Resultados da pesquisa
5. Principais referências teóricas
6. O que o trabalho explicitou sobre os obstáculos epistemológicos relativos ao conceito de variável, limite e continuidade?

Fonte: Produção dos autores (2018)

Além dos trabalhos brasileiros, encontramos quatro trabalhos de âmbito internacional que tratam a temática dos obstáculos epistemológicos, referentes aos conceitos de variável,



limite e continuidade. Estes trabalhos foram encontrados durante uma consulta realizada nos referenciais teóricos presentes nos 21 trabalhos brasileiros mencionados anteriormente. Das 25 produções nacionais e internacionais, abordaremos neste trabalho 6 estudos referentes aos obstáculos epistemológicos que focaram na História da Matemática, por limitação de espaço. Os 19 trabalhos identificados estão voltados para o âmbito do ensino de Matemática (limite e continuidade, função, infinito e cálculo) e serão explorados em um trabalho futuro.

#### 4 ESTUDOS REFERENTES AOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DOS CONCEITOS DE LIMITE FOCADOS NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Identificamos seis trabalhos que abordam os obstáculos epistemológicos concernente aos conceitos de variável, função, limite e continuidade em pesquisas que realizaram uma análise histórica. Para sintetizar as informações de cada trabalho, elaboramos um quadro organizado em “Autor(a)”, “Tipo de trabalho” e “Contribuições para esta pesquisa”. As informações contidas nesta última coluna nem sempre tem a mesma natureza, ora foram expostos os obstáculos que os autores identificaram em suas pesquisas, mas nem todos são trabalhos dessa natureza, ora é colocado o objetivo ou alguma outra parte do trabalho que melhor sintetize as contribuições de todas essas pesquisas para a construção da nossa investigação. Outro critério para organização do quadro, foi respeitar a ordem cronológica das publicações.

Neste sentido, apresentamos a seguir o quadro 2, que trata das Pesquisas sobre Obstáculos Epistemológicos (OE) na História da Matemática.

Quadro 2 – Pesquisas sobre OE na História da Matemática

AUTOR(A)	TIPO DE TRABALHO	CONTRIBUIÇÕES PARA A NOSSA PESQUISA
Janvier, Charbonneau e Cotret (1989)	Capítulo de livro	<b>Obstáculos epistemológicos de variável:</b> obstáculo de proporções e obstáculo algébrico.
Rezende (1994)	Dissertação	<b>Obstáculos epistemológicos da operação limite:</b> transposição metafísica; transposição cinética; transposição numérica; e a reticência ao infinito.
Brolezzi (1996)	Tese	A construção das ideias fundamentais do Cálculo pode ser feita pela via do discreto ou do contínuo, e ambas as abordagens acabam se complementando. A <b>passagem do finito ao infinito</b> e a <b>recomposição do finito a partir de uma soma infinita de partes infinitamente pequenas</b> estão no cerne das ideias fundamentais do Cálculo.

Milani (2002)	Dissertação	<b>Obstáculo infinitesimal:</b> refere-se às concepções infinitesimais que se tornam obstáculo epistemológico à aprendizagem do conceito de limite.
Rezende (2003)	Tese	A partir do entrelaçamento dos fatos históricos e pedagógicos, e tendo como pano de fundo as dualidades essenciais e os mapas conceituais do Cálculo, apresenta cinco macro-espacos de dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica: <b>discreto/contínuo, variabilidade/permanência, finito/infinito</b> , local/global, sistematização/construção.
Silva (2010)	Tese	Foi realizada uma <b>reconstrução histórica do cálculo</b> apontando as contribuições dos gregos antigos, pós-gregos, romanos, indus, árabes, as contribuições na Idade Média, do renascimento europeu e dos filósofos/cientistas até o trabalho de Newton.

Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

O trabalho de Janvier, Charbonneau e Cotret (1989) apresenta obstáculos epistemológicos relativos ao conceito de variável. Embasados em Bachelard, Sierpinski e Brousseau. O objetivo dos autores foi mostrar, no contexto da elaboração da noção de variável, como se depararam com certos obstáculos epistemológicos identificados a partir de uma análise histórica.

Para Janvier, Charbonneau e Cotret (1989), a variável é uma construção mental ligada às grandezas utilizadas para analisar a variação ou mudança que está sendo estudada. Analisando a utilização da noção de proporção, os autores enfatizam que ela se impôs como um instrumento de análise de quatro entradas eficiente e universal, impedindo de levar em conta a variável ao não permitir colocá-la diretamente em relação à grandeza da qual depende. Como o aspecto funcional da proporção foi completamente obscurecido por seu caráter escalar, Janvier, Charbonneau e Cotret (1989) consideram a proporção como um obstáculo epistemológico ao desenvolvimento da noção de variável.

Conforme Janvier, Charbonneau e Cotret (1989), Galileu Galileu (1564 - 1642), apesar da possibilidade de usar o simbolismo de François Viète (1540 - 1603), desenvolve um trabalho apoiado em figuras geométricas e consegue, apenas de maneira gráfica, a designação única de uma característica variável. Os autores consideram, portanto, que uso de métodos algébricos poderia constituir para Galileu um obstáculo epistemológico.

O símbolo é considerado prioritariamente como o desconhecido que não tem absolutamente nenhum status dinâmico. Por este motivo, Janvier, Charbonneau e Cotret (1989) acreditam que a álgebra, por ser a ciência de métodos e técnicas eficazes para resolver “problemas com incógnitas”, historicamente se apresentou como um obstáculo epistemológico ao advento da variável. A introdução subsequente da variável matemática colocará em questão



o significado atribuído a esse símbolo algébrico.

Sobre os obstáculos epistemológicos envolvendo o conceito de limite, temos a pesquisa de Rezende (1994) que procurou determinar os obstáculos epistemológicos da operação limite através do resgate histórico da construção do conceito de limite. Para cada um dos obstáculos, o pesquisador identifica que o conceito de infinito e o paradigma sobre o conhecimento matemático são duas fontes que predominam e estão presentes.

O obstáculo identificado por Rezende (1994), transposição metafísica, faz alusão aos aspectos metafísicos atribuídos à noção de limite que com o método dos indivisíveis foi desenvolvida ora como um método heurístico, ora como álgebra dos indivisíveis. Muitos matemáticos utilizaram e tentaram explicar sobre o infinitamente pequeno, mas Rezende (1994) cita que foi George Berkeley (1685 - 1753), o primeiro a questionar sobre a natureza destas quantidades infinitamente pequenas. Com o desenvolvimento do conceito de função no século XVIII, as questões sobre os infinitésimos começam a ser esclarecidas, e com Augustin-Louis Cauchy (1789 - 1857), a noção de infinitamente pequeno começa a ser vista como derivada da noção de limite.

Conforme Rezende (1994), em Cauchy o limite se dissocia da ideia, até então metafísica, de quantidades infinitamente pequenas, como também fornece os elementos necessários para que essas quantidades se separem do aspecto metafísico. No entanto, a noção de limite, encontra-se associado com ideias intuitivas, como: valores sucessivos; aproximar-se indefinidamente; e, diferença tão pequena quanto se queira. Rezende (1994) ressalta que nos termos destacados anteriormente, verificamos a presença de ideias de movimento, o que caracteriza a presença dos obstáculos cinéticos na definição de limite de Cauchy.

O segundo tipo de obstáculo epistemológico abordado por para Rezende (1994), é a transposição cinética. Conforme o autor, Galileu questionava, por exemplo, que uma soma infinita poderia ser finita, fundamentado no fato de podermos realizar uma tarefa infinita em um tempo finito. James Jurin (1684 - 1750) e Benjamim Robins (1707 - 1751), críticos da nova análise proposta por Isaac Newton (1643 - 1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716), chegam inclusive a discutir se a variável atinge ou não o seu limite. Para Jean Le Rond D'Alembert (1717 - 1783), o caso em que o limite é atingido não faz parte do conceito de limite. E para Cauchy um limite não pode ser atingido e a grandeza permanece constante, e como uma grandeza constante não varia, não podemos calcular o seu limite. Rezende (1994) explica que todas essas

interpretações cinéticas de limite são fundamentadas na concepção de infinito potencial<sup>1</sup> de Aristóteles (384 a.C. - 322 a.C.).

O terceiro obstáculo epistemológico concernente ao conceito de limite, para Rezende (1994), é da transposição numérica. Uma das dificuldades que os matemáticos encontraram foi a de abstrair do contexto geométrico e cinemático os elementos necessários para trabalhar sobre os números. O pesquisador cita que os obstáculos para que a transposição numérica fosse efetivada foram: a interpretação geométrica das grandezas; a interpretação dinâmica do conceito de variável; o aspecto temporal presente na construção das sequências e séries; e, as interpretações metafísicas dos conceitos de continuidade.

O quarto obstáculo epistemológico apontado por Rezende (1994), é da reticência ao infinito. Para o pesquisador, esse obstáculo se subdivide basicamente em duas etapas epistemológicas: os matemáticos são reticentes a qualquer concepção de infinito; e, a concepção de infinito potencial de Aristóteles é incorporada com a prática da Matemática, ou como uma entidade metafísica ou como um elemento de procedimento heurístico. Rezende (1994) salienta que Karl Weierstrass (1815 - 1897), com sua teoria estática, fundamentou os conceitos básicos na aritmética e na lógica, e não considerou os argumentos cinemáticos e metafísicos, o que permitiu que Julius Wilhelm Richard Dedekind (1831 - 1916) e Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845 - 1918) finalizassem este último estágio da construção da operação de limite. Dedekind e Cantor concebem não mais o infinito potencial, mas em seu lugar admitem o infinito atual<sup>2</sup>, estático e realizável.

Em sua tese, Brolezzi (1996) aborda um problema pedagógico que se refere ao par discreto/contínuo, discreto no sentido de contar e contínuo no sentido de medir. O pesquisador constata a tendência no ensino de Matemática de se tentar optar por um ou outro aspecto, sem explorar a relação entre eles, surgindo graves consequências. Nesse sentido, o autor defende que é necessário realizar uma administração da tensão conceitual existente entre o discreto e o contínuo.

Como metodologia, foi utilizada a pesquisa em História da Matemática, no aspecto de definidora de estratégias pedagógicas. Brolezzi (1996) buscou na História da Matemática alguns

---

<sup>1</sup> Forma intuitiva de conceber o infinito como algo que pode ser aumentado, continuado ou estendido tanto quanto se queira.

<sup>2</sup> Forma mais abstrata de se compreender o infinito, é a representação do infinito como um todo, como uma quantidade.



desenvolvimentos conceituais que surgiram em torno de pontos de tensão entre esses aspectos, tais como: a construção da ideia de número, o nascimento do cálculo, e a relação qualidade/quantidade. Aqui destacamos apenas os dois primeiros aspectos.

Ao estudar a interação do par discreto/contínuo na construção da ideia de número, Brolezzi (1996) destaca as escolhas de abordagem de ensino exclusivamente pela contagem, e propõe que a via da medida, de forma integrada a anterior, já que o número se constrói com ambos os aspectos. Como exemplo, o pesquisador enfatiza a maneira como surgiram os números irracionais, após a crise dos incomensuráveis na Grécia Antiga.

Para Brolezzi (1996), a construção das ideias fundamentais do Cálculo pode ser feita pela via do discreto ou do contínuo, e ambas as abordagens acabam se complementando. A passagem do finito ao infinito, tanto o infinitamente grande, quanto o infinitamente pequeno, e a recomposição do finito a partir de uma soma infinita de partes infinitamente pequenas, estão no cerne das ideias fundamentais do Cálculo. No ensino do Cálculo, portanto, parece útil lidar com as noções que geraram as ideias fundamentais, percorrendo ambas as vias.

Em sua pesquisa, Milani (2002) tem o objetivo de saber como alunos da graduação em física, cursando Cálculo I, lidam com as concepções infinitesimais e interpretar as relações entre as ideias apresentadas por esses estudantes. Nesse sentido, a pesquisadora procurou responder como alunos de Cálculo I do curso de Física, da UNESP de Rio Claro, lidam com as concepções infinitesimais, no trabalho com tópicos dessa disciplina, estudados segundo a abordagem infinitesimal.

Milani (2002) salienta que as concepções infinitesimais são entendidas em sua pesquisa como ideias que tratam do conceito de infinitésimo, pensando esse conceito desde o tempo em que começou a ser utilizado até os dias de hoje. Considerando a noção de obstáculo epistemológico apresentada por Bachelard (1996) e baseando-se nas pesquisas de Cornu e Sierpinski a pesquisadora anuncia como sendo obstáculo infinitesimal as concepções infinitesimais que se tornam obstáculo epistemológico à aprendizagem do conceito de limite.

A pesquisadora realizou seis encontros com quatro alunos em que conceitos de Cálculo foram estudados segundo a abordagem infinitesimal, com o auxílio da ferramenta zoom do software gráfico Corel Draw. Conforme Milani (2002) a imagem conceitual apresentada pelo grupo de alunos sobre infinitésimo foi de um número, uma quantidade infinitamente pequena positiva pertencente à matéria. Foram predominantes justificativas baseadas nas concepções

espontâneas de infinitésimo, como algo infinitamente pequeno e, por vezes, desprezível.

São essas concepções espontâneas que constituem para Milani (2002) o obstáculo epistemológico infinitesimal à aprendizagem do conceito de limite, no ensino tradicional de Cálculo. A pesquisadora afirma que, com a legitimação e valorização dessas concepções, o obstáculo infinitesimal à aprendizagem do conceito de limite foi superado. Por isso, ela defende que os contextos do infinitesimal e do conceito de limite devem ser trabalhados juntos, deixando ao aluno a possibilidade de escolher, segundo sua preferência, como vai querer trabalhar com os conceitos de Cálculo.

Rezende (2003) mapeou dificuldades de natureza epistemológica do ensino de Cálculo, procurando interpretá-las em diversas escalas e contextos, diferindo da abordagem psicológica, interna ao sujeito aprendiz. Para tanto, o autor realizou a pesquisa em três etapas: (1) estudo da evolução histórica das ideias e procedimentos básicos do Cálculo; (2) mapeamento das dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica no ensino de Cálculo; (3) propostas de ações de natureza pedagógica para o ensino de cálculo.

De acordo com Rezende (2003), a partir do entrelaçamento dos fatos históricos e pedagógicos, e tendo como pano de fundo as dualidades essenciais e os mapas conceituais do Cálculo, foram explicitados cinco macro-espços de dificuldades de aprendizagem de natureza epistemológica: discreto/contínuo, variabilidade/permanência, finito/infinito, local/global, sistematização/construção. Não vamos nos ater as duas últimas, pois estão mais voltadas para as discussões da problemática do ensino de cálculo.

O macro-espço discreto/contínuo se encontra em torno do problema histórico da medida das grandezas geométricas, intuitivamente contínuas, através de processos aritméticos discretos. A dificuldade dessa dualidade discreto/contínuo se materializou historicamente e pode ser percebida originalmente nos paradoxos de Zenão e no problema da incomensurabilidade de certos segmentos geométricos, vivenciado pela escola pitagórica. Após um longo período, os escolásticos da idade média desenvolveram os problemas pertinentes à dualidade discreto/contínuo associando-os a outras questões relacionadas ao problema da variabilidade de grandezas físicas. Assim, conforme Rezende (2003), surgem o conceito de séries infinitas e a noção de variável para o desfecho dessa dualidade.

Segundo Rezende (2003), o macro-espço variabilidade/permanência tem origem na filosofia pré-socrática, na dialética de Heráclito (c. 500 a.C. - 450 a.C) e na busca da unidade e



invariabilidade do mundo. O estudo quantitativo de variabilidade só veio a ser desenvolvido pelos escolásticos no século XIV através da teoria das “latitudes” das formas, que deu origem ao conceito de derivada. Com o desenvolvimento da forma algébrica de pensar, fruto da aproximação com a cinemática, desenvolve-se a forma analítica de pensar o cálculo, álgebra e métodos analíticos. Dispondo desses instrumentos, Newton e Leibniz resolvem o problema da variabilidade desenvolvendo, respectivamente, as noções de “última razão” e “diferencial”. A questão da permanência ou invariabilidade juntamente com as ideias de variabilidade, permitirá o desenvolvimento do conceito de integral. Rezende (2003) esclarece que este conceito surge com a matematização do problema da “unidade na multiplicidade”, que seria a versão escolástica do método da exaustão.

No contexto do macro-espaço finito/infinito, observamos que o cálculo está todo permeado por procedimentos *ad infinitum* que caracterizam as suas ideias e operações básicas. Quando Zenão de Eleia (c. 490 a.C. - 430 a.C.) propõe o problema da definição do infinito, os matemáticos e filósofos gregos optaram por evitar e com Aristóteles, a Matemática se estabelece em bases lógicas, excluindo o infinito. No entanto, Platão (c. 428 a.C. - 348 a.C.), com o apeirón, e Demócrito (c. 460 a.C. - 370 a.C.), com o infinitesimal, resistiram a essa exclusão. Rezende (2003) nos conta que o infinito só será definitivamente incluído no contexto matemático com os escolásticos ao realizarem uma adaptação do método da exaustão com um processo de aproximações infinitas, fazendo rotineira a utilização da noção intuitiva de limite.

Silva (2010) teve como objetivo fazer uma (re)construção histórica do desenvolvimento Conceitual do Cálculo Diferencial e Integral, olhando-o como uma construção de modelos, dos gregos até Newton. Tais modelos eram gerados a partir de problemas que foram sendo propostos ao longo da história, que foram modificados à medida que novos problemas eram postos e o conhecimento matemático avançava. Nessa perspectiva, Silva (2010) buscou mostrar que esse processo envolveu muitos matemáticos/filósofos da natureza, tendo início com as especulações de natureza científica e filosófica dos antigos gregos e culmina com o trabalho de Newton, no século XVII. Além disso, nesse processo de reconstrução do desenvolvimento conceitual do cálculo, a pesquisadora analisou os problemas propostos (questões em aberto), modelos gerados (questões respondidas) bem como as condições sociais, econômicas, políticas e religiosas envolvidas no processo.

A reconstrução histórica do cálculo realizada por Silva (2010) analisa as contribuições

dos gregos antigos, pós-gregos, especialmente, a contribuição dos romanos, indus, árabes e as contribuições na Idade Média. Em seguida, autora retoma o renascimento europeu e as contribuições dos filósofos/cientistas até culminar com o trabalho de Newton. Por último, Silva (2010) delinea uma proposta de curso de Cálculo Diferencial e Integral tendo como eixo a reconstrução histórica apresentada.

Dos seis trabalhos descritos, somente o de Janvier, Charbonneau e Cotret (1989) abordam os obstáculos epistemológicos de variável, identificando-os como o obstáculo de proporções e o obstáculo algébrico. Neste grupo, sobre o Cálculo de modo geral, temos as pesquisas de Brolezzi (1996) e Rezende (2003), que tratam da dualidade discreto/contínuo como sendo fundamentais para a apreensão dos conceitos do Cálculo. Temos também Silva (2010) que faz uma reconstrução histórica do Cálculo e propõe um curso baseado nessa reconstrução. Quanto ao aspecto de limite, neste primeiro grupo, Rezende (1994) aponta quatro obstáculos epistemológicos, a transposição metafísica, a transposição cinética, a transposição numérica; e a reticência ao infinito. Milani (2002) faz um estudo sobre os aspectos infinitesimais no cálculo e trata às concepções infinitesimais que se tornam obstáculo epistemológico à aprendizagem do conceito de limite, como um obstáculo infinitesimal.

## 5 CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho evidenciamos um estudo descritivo com enfoque na análise de seis trabalhos que versaram sobre os obstáculos epistemológicos concernentes aos conceitos de limite, função, variável e continuidade. Apresentamos a noção de obstáculo epistemológico instituída por Bachelard (1996) e realizamos uma discussão acerca da existência de obstáculos epistemológicos na Matemática.

Bachelard (1996) apresenta a noção de obstáculo epistemológico, utilizando a ideia de que para conhecer é necessário ir contra algo conhecido, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, estabelecendo conhecimentos mais “verdadeiros”. Estudar os obstáculos epistemológicos para nossa formação enquanto professores e enquanto pesquisadores é enriquecedor, no sentido de que poderá melhorar nossa visão do que é fazer ciência e efetivamente contribuir para a construção de um espírito científico em nossa prática.



Encontramos na epistemologia bachelardiana uma ciência descontínua e histórica que se reformula por meio de novos métodos, técnicas e de interpretações de conhecimentos anteriores, para atender novos questionamentos, sempre retificando seus erros. O conhecimento científico, portanto, é construído através de rupturas entre um conhecimento já estabelecido e um novo conhecimento, surgido a partir de novos questionamentos, para retificar erros, simplificar teorias e substituí-las, para o caso das ciências de modo geral, e extendê-la, para o caso da Matemática. No entanto, na Matemática não há quebra de paradigma para sua construção, há um acúmulo de conhecimento e a superação de obstáculos para formalização de novos conceitos.

Ao nos debruçarmos no estudo destas pesquisas levantadas, percebemos que nenhum trabalho se dedica à análise histórica dos processos de superação dos conceitos de variável, limite e continuidade, temas que estão diretamente relacionados com o nosso trabalho doutoral, cuja problemática está fundada em hipóteses provisórias a respeito dos obstáculos epistemológicos sobre o desenvolvimento da produção histórica de conhecimento sobre o conceito de limite e os obstáculos relativos ao seu ensino.

De modo geral, os trabalhos fazem uma identificação de alguns obstáculos epistemológicos concernentes a esses conceitos por meio de uma análise do seu desenvolvimento histórico ou lançam mão de trabalhos que fizeram essa identificação. A partir desses resultados, conseguimos inferir implicações para o ensino desses conceitos. No entanto, percebemos a necessidade da análise epistemológica da superação dos obstáculos no desenvolvimento histórico conceitual de função, variável, limite e continuidade em fontes primárias, que apresentem o “fazer matemático” dos “desenvolvedores” do Cálculo.

## REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de filosofia**. 5 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ASIMOV, Isaac. Prefácio. In: BOYER, Carl. B. *História da matemática*. 2. ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BACHELARD, Gascon. **A formação do espírito científico**. Trad. Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Editora Contraponto, 1996.

BARROS, José D’Assunção. **Os conceitos: Seus usos nas ciências humanas**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2016.

BITTENCOURT, Jane. Obstáculos epistemológicos e a pesquisa em didática da matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 5, n. 6, p. 13-17, 1998.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino de matemática**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

COSTA, Manoel Amoroso. **As idéias fundamentais da matemática e outros ensaios**. 3. ed. São Paulo: Editora Convívio/Edusp, 1981. (Coleção Biblioteca do Pensamento Brasileiro).

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3 Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores).

JANVIER, Claude; CHARBONNEAU, Louis; COTRET, Sophie de René. Obstacles épistémologiques à la notion de variable: perspectives historiques. In: BEDNARZ, Nadine; GARNIER, Catherine. (Eds). **Construction des savoirs: obstacles et conflits**. Montréal, CIRADE, p. 64-75, 1989.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MILANI, Raquel. **Concepções infinitesimais em um curso de cálculo**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP, Rio Claro, 2002.

REZENDE, Wanderley Moura. **Uma análise histórica-epistêmica da operação limite**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1994.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, 2003.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos: exemplos de obstáculos?** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018. (Série história da matemática para professores).

SILVA, Maria Deusa Ferreira da. **Problemas e modelos matemáticos que contribuíram com o desenvolvimento do cálculo: dos gregos à Newton**. Tese (Doutorado Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN, Natal, 2010.

---

#### COMO CITAR - ABNT

MORAES, Mônica Suelen Ferreira de; COSTA, Dailson Evangelista; MENDES, Iran Abreu. Obstáculos epistemológicos relativos ao conceito de limite na produção acadêmica em história da matemática. **Areté - Revista Amazônica de Ensino de Ciências**, Manaus, v. 17, n. 31, e22002, jan./jul., 2022. <https://doi.org/10.59666/Arete.1984-7505.v17.n31.3717>



#### COMO CITAR - APA

Moraes, M. S. F., Costa, D. E., Mendes, I. A. (2022). Obstáculos epistemológicos relativos ao conceito de limite na produção acadêmica em história da matemática. *Areté - Revista Amazônica de Ensino de Ciências*, 17(31), e20002. <https://doi.org/10.59666/Arete.1984-7505.v17.n31.3717>

#### LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença *Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International* ([CC BY-NC 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)) . Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



#### HISTÓRICO

Submetido: 03 de março de 2022.

Aprovado: 13 de maio de 2022.

Publicado: 30 de julho de 2022.

---