



ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA EM PROBLEMAS MATEMÁTICOS DA PROVA BRASIL

Strategies used by basic education students for Mathematical problems of Prova Brasil

Virginia Furlanetto¹
Maria Madalena Dullius²
Daniela Cristina Schossler³
Tiane Cristina Diedrich⁴

(Recebido em 12/11/2014; aceito em 28/04/2015)

Resumo: O presente trabalho refere-se a um estudo realizado a partir das respostas apresentadas por estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas brasileiras, a problemas matemáticos relacionados ao sistema avaliativo Prova Brasil. Os problemas foram propostos durante uma prática pedagógica desenvolvida por um grupo de pesquisadores do Observatório da Educação e as resoluções, registradas pelos alunos em cadernos e simulados, foram analisadas sob a perspectiva das diferentes estratégias que podem ser utilizadas para resolver problemas. Este estudo caracteriza-se, segundo os procedimentos técnicos adotados, como um estudo de caso, e tem por objetivo, verificar quais estratégias os alunos utilizam para resolver problemas e verificar se estas podem contribuir para elevar o índice de acertos. Durante a prática e análise das resoluções, foram consideradas as estratégias Desenho, Tentativa e erro, Trabalhar em sentido inverso, Resolver um problema mais simples, Organização de tabelas, Eliminação e Cálculo formal. Na seleção dos problemas a serem propostos durante a intervenção pedagógica, buscou-se contemplar os diferentes conteúdos da Matriz de Referência do sistema avaliativo Prova Brasil, porém, neste trabalho, apresentamos a análise de alguns problemas que envolvem as operações com números racionais, semelhança de triângulos e propriedades dos polígonos, equivalência e comparação de frações, dentre outros. Constatou-se, com a investigação, que a estratégia mais utilizada pelos participantes foi o Cálculo formal, porém, na maioria dos problemas, estratégias alternativas demonstraram-se mais eficazes.

Palavras chave: Estratégias de resolução. Resolução de problemas. Matemática.

Abstract: The present work is based on responses provided to mathematical problems regarding to *Prova Brasil* (Brazil Exam) assessment system, by students from 9th grade of Brazilian Public Elementary Schools. The problems were proposed during a pedagogical activity carried out by a group of researchers from the Education Observatory, and the resolutions registered by the students in notebooks and simulations have been analyzed from the perspective of different strategies that can be used to solve problems. According to the technical procedures adopted, this study is characterized as a case study that aims to verify if the students use such strategies and if those forms may contribute to improve correct answering rate. During the practice and analysis of the resolutions, were considered the strategies of Drawing, Trial and error, Working in reverse, Solving a simpler problem, Organizing tables, Elimination and Formal calculation. In the selection of problems to be proposed during the pedagogical intervention, it was aimed to contemplate the diverse content from Reference Matrix regarding to *Prova Brasil* evaluation system, however this work presents the analysis of some problems that involve the operations with rational numbers, similar triangles and polygons properties, equivalence and comparison of fractions, among others. The research showed that Formal calculation was the most used strategy; however, alternative strategies proved to be more effective in most of the problems.

Key-words: Resolution Strategies. Problem Resolution. Mathematics.

¹ Mestre, Centro Universitário UNIVATES, Brasil. virf@universo.univates.br

² Doutora, Centro Universitário UNIVATES, Brasil. madalena@univates.br

³ Mestre, Centro Universitário UNIVATES, Brasil. danischossler@universo.univates.br

⁴ Graduada, Centro Universitário UNIVATES, Brasil. tiane.diedrich@gmail.com

Introdução

O principal desafio com o qual nos deparamos na atualidade, na área da educação matemática, volta-se à qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem, visto que os índices divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP) apontam uma discreta melhoria, ainda não condizente com a qualidade esperada. Visando fomentar estudos e pesquisas buscando aprimorar a qualidade da Educação Básica no Brasil, a CAPES/INEP (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) lançou o Edital 038/2010/CAPES/INEP, do Programa Observatório da Educação.

No Centro Universitário UNIVATES vem sendo desenvolvido um projeto no âmbito desse edital intitulado “Relação entre a formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica e as competências e habilidades necessárias para um bom desempenho nas provas de Matemática do SAEB⁵, Prova Brasil, PISA⁶, ENEM⁷ e ENADE⁸”. Um dos objetivos do projeto é promover intervenções pedagógicas com potencial de contribuir para a melhoria dos índices de desempenho nas referidas provas. Em nossos estudos iniciais acerca da Matemática nos sistemas avaliativos, nos quais nos preocupamos em conhecer tais sistemas em seus mais variados aspectos, em resolver algumas questões disponíveis e inteirar-nos das matrizes de referência, constatamos o foco dos mesmos na resolução de problemas e iniciamos a elaboração de ações pedagógicas que contemplem o objetivo do projeto.

Baseada na resolução de problemas matemáticos, uma dessas ações vem sendo realizada com alunos dos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio das seis escolas públicas parceiras do projeto. Para tanto o grupo de pesquisadores desloca-se até as escolas para realizar encontros pedagógicos com os alunos e professores dessas turmas, nos quais são propostos problemas de diferentes conteúdos, extraídos dos bancos de dados da Prova Brasil e SAEB. Após a resolução feita pelos alunos, é estimulada a socialização e discussão, no intuito de compartilhar as diferentes estratégias utilizadas.

Cabe ressaltar que não foram introduzidos conteúdos matemáticos, apenas lembrados ou discutidos conceitos envolvidos nos problemas, durante a fase de exposição e discussão das resoluções. O grupo de pesquisadores optou pela diversificação de conteúdos visto que, muitas vezes, nas escolas, a resolução de problemas é apresentada como uma atividade que sinaliza o término de algum assunto, direcionando os alunos à aplicação de algoritmos recentemente estudados (CURY; SAMPAIO, 2006).

Nesse artigo apresentamos a análise das resoluções de seis dos problemas propostos às turmas de 9º ano. Analisamos as resoluções apresentadas pelos estudantes, visando verificar se os mesmos utilizam estratégias diversificadas e se estas formas podem contribuir para a obtenção de um maior índice de acertos. Estudos anteriores (DULLIUS et al., 2011) demonstram a preferência dos alunos pelo Cálculo formal, que nem sempre significa garantia de êxito e pode levar a um

⁵ Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

⁶ Programa Internacional de Avaliação de Alunos

⁷ Exame Nacional do Ensino Médio

⁸ Exame Nacional de Desempenho de Estudantes

caminho mais longo e difícil na busca pela solução. Em contrapartida em outro estudo (FURLANETTO, 2013), desenvolvido a partir da realização de vários encontros com estudantes de 7^a e 8^a séries do Ensino Fundamental, nos quais os mesmos foram estimulados a utilizar e compartilhar diferentes estratégias de resolução de problemas, a autora detectou preferência da maioria dos participantes por outras formas de resolução, como o Desenho, Trabalhar em sentido inverso, Tentativa e erro, dentre outras, associada a maior índice de acerto dentre os que utilizaram formas alternativas ao Cálculo formal.

Embasamento teórico

Participando de alguns eventos sobre educação matemática no Brasil e no Exterior, percebemos que as discussões convergem para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, não só para as atividades de sala de aula, mas estendendo-se às diferentes situações do cotidiano. Dessa forma o professor deixa de ser um fornecedor de respostas e passa a fazer provocações, problematizar, estimular seus alunos a buscá-las, tendo claro que ele precisa participar ativamente de seu próprio processo de ensino e de aprendizagem.

Dante (2000) destaca que “mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas”. Além disso, os objetivos da Matemática escolar, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) (BRASIL, 1998, p. 15):

evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Dante (2000) assinala o trabalho com resolução de problemas matemáticos como a principal forma de se alcançar os objetivos da Matemática em sala de aula, entre eles, o de “fazer o aluno pensar produtivamente” e destaca que, para que isso ocorra, “é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo sua capacidade de enfrentar situações problema” (DANTE, 2000, p. 15).

Nesse contexto, onde é essencial fazer com que os estudantes se tornem pessoas capazes de enfrentar situações novas ou diferentes, a abordagem da Matemática através da resolução de problemas pode contribuir na formação de cidadãos mais autônomos e críticos à medida que o aluno se torna agente de sua própria aprendizagem, criando seus métodos e estratégias de resolução em contrapartida a metodologias mais tradicionais, onde predominam a memorização e mecanização.

No processo de resolução de problemas, segundo D'Ambrósio (1989, p.1) “falta aos alunos uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores”. Este tipo de atitude pode demonstrar receio por parte dos alunos em tentar soluções diferentes daquelas que lhes são propostas em sala de aula, o que inibe o desenvolvimento de características muito importantes à formação cidadã e ao mundo do trabalho, como a criatividade, a autonomia e o senso crítico.

Segundo Polya (1997, p. 1) “resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado” e, assim sendo, é importante que, durante o processo, o foco não esteja apenas na aplicação de algum algoritmo específico ou da estratégia imaginada pelo professor, mas que o aluno seja incentivado a alcançar o objetivo, pelo “caminho” que considerar mais relevante ou mais fácil. Isso não quer dizer que o método utilizado por um aluno seja visto como mais fácil ou apropriado, por outro.

A respeito disso, Cavalcanti (2006, p.126) ressalta que, a valorização das estratégias utilizadas:

[...] inibe atitudes inadequadas em relação à resolução de problemas, como, por exemplo, abandonar rapidamente um problema quando a técnica envolvida não é identificada, esperar que alguém o resolva, ficar perguntando qual é a operação que resolve a situação, ou acreditar que não vale a pena pensar mais demoradamente para resolver um problema.

Com relação ao processo de resolução de problemas, Musser e Shaughnessy (1997, p. 188) citam diversas estratégias que podem ser utilizadas, na busca pela resposta:

- Tentativa-e-erro: aplicação de operações pertinentes às informações dadas.
- Padrões: resolução de casos particulares, encontrando padrões que podem ser generalizados.
- Resolver um problema mais simples: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão.
- Trabalhar em sentido inverso: partindo do resultado, realizar operações que desfazem as originais.
- Simulação: utilizada quando a solução do problema envolve a realização de um experimento e executá-lo não seja prático.

Stancanelli (2006, p. 106) propõe o uso de tabelas como uma estratégia que pode ser utilizada na resolução de determinados problemas e Cavalcanti (2006, p. 127) cita a utilização do desenho “como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução”, podendo este, fornecer ao professor, pistas sobre como o estudante pensou e agiu para solucionar o problema. A mesma autora também cita a utilização do algoritmo convencional como “mais uma possibilidade de resolução” (p. 143).

Cabe ressaltar que a mesma estratégia pode ser utilizada para resolver diferentes tipos de problemas, como é o caso, por exemplo, da estratégia de Desenho, que pode ser utilizada para resolver operações e comparar frações, ou ainda, números inteiros, assim como, um mesmo problema pode ser resolvido com utilização de diferentes estratégias, como em situações que envolvem proporcionalidade, às quais podemos Reduzir à unidade ou fazer Tentativas.

Procedimentos Metodológicos

O presente estudo, predominantemente qualitativo, se constitui, segundo os procedimentos técnicos adotados, em um estudo de caso que, de acordo com Yin (2010, p. 24), permite aos pesquisadores reterem “as características holísticas e significativas dos eventos da vida real”. O autor destaca ainda o emprego desta metodologia “no exame dos eventos contemporâneos, mas quando os comportamentos relevantes não podem ser manipulados” (YIN, 2010, p. 32).

Para o seu desenvolvimento, conduzido no decorrer de 2013, utilizamos as resoluções apresentadas pelos estudantes da 9º ano do Ensino Fundamental aos problemas propostos durante a intervenção pedagógica, realizada pelo Observatório da Educação nas escolas parceiras. Os participantes organizaram os problemas propostos e suas resoluções em cadernos e também foram realizados simulados em guias individuais. Participaram um total de 140 alunos de cinco escolas diferentes, parceiras do Programa, desafiados a resolver, socializar e discutir as resoluções desenvolvidas em encontros mensais com cada turma. Os problemas eram propostos um de cada vez, para resolução individual ou em grupos e, na seleção, nos preocupamos com a variação dos conteúdos, contemplando operações em diferentes conjuntos numéricos, comparação e equivalência entre os números de tais conjuntos bem como sua localização na reta numérica, propriedades dos polígonos, área e perímetro de figuras planas, variação proporcional entre grandezas, sistemas de equações de 1º grau, estatística, dentre outros. De posse deste material, optamos por analisar as resoluções de alguns dos problemas, visando verificar as estratégias mais utilizadas pelos participantes e sua eficácia.

O trabalho iniciou após a realização dos primeiros encontros com os alunos nas escolas, com aprofundamentos teóricos acerca do tema das diferentes estratégias que podem ser utilizadas para a resolução de problemas matemáticos (CAVALCANTI, 2006; MUSSER e SHAUGHNESSY, 1997; DANTE, 2000). Dando sequência, analisamos as resoluções apresentadas pelos alunos em seis problemas propostos em diferentes encontros e envolvendo conteúdos de propriedades e soma dos ângulos internos dos triângulos, porcentagem, proporcionalidade, frações, dentre outros, categorizando-as nas estratégias anteriormente referenciadas:

- Cálculo formal;
- Desenho;
- Trabalhar em sentido inverso;
- Tentativa e erro;
- Redução de unidade ou resolver um problema mais simples;
- Organização de tabelas;
- Eliminação;

Utilizamos ainda as categorias “Só resposta”, para as resoluções em que apenas foi assinalada uma resposta, sem apresentação do desenvolvimento e “Não respondeu”, para ausência de resposta.

Cabe destacar que a categorização das resoluções baseou-se em nossa experiência como professores e pesquisadores, sendo passível de outra classificação por outra pessoa. Salientamos ainda que algumas resoluções foram enquadradas em mais de uma categoria e que nem todos os participantes estiveram presentes em todos os encontros, fatos esses, que podem gerar diferenças no total de dados tabulados.

Análise dos resultados

Apresentamos na sequência, a análise de seis dos problemas resolvidos pelos alunos participantes, focando nas estratégias utilizadas pelos mesmos para a resolução. Apesar do foco predominantemente qualitativo das análises, optamos por apresentar, na Tabela 1, um resumo quantitativo das estratégias utilizadas em cada problema, destacando o número de acertos e erros. Evidencia-se a grande quantidade de alunos que, nos diferentes problemas propostos, apenas assinalou uma resposta, sem apresentar o desenvolvimento ou justificar a escolha.

Com relação à Tabela 1, cabe destacar mais uma vez a enorme quantidade de alunos que apenas assinalaram uma resposta, sendo estes, 414 do total de 807 respostas. Na maioria dos casos, a resposta assinalada sem desenvolvimento estava errada e não foi possível identificar o motivo pelo qual não apresentaram a resolução. Esse tipo de atitude pode revelar indícios de que tais alunos resolveram mentalmente o problema ou ainda, escolheram aleatoriamente uma resposta para assinalar, o que pode causar, em caso de acerto, a falsa impressão de compreensão do problema e até mesmo, do conteúdo envolvido.

Tabela 1: Categorização das resoluções apresentadas pelos alunos nos problemas analisados

Estratégia	Correção	Problema						Total
		1	2	3	4	5	6	
Cálculo formal	Corretas	1	28	10	54	31	21	145
	Erradas	-	10	2	3	20	25	60
Desenho	Corretas	1	-	70	4	-	13	88
	Erradas	-	-	9	-	-	1	10
Trabalhar em sentido	Corretas	21	-	-	-	-	-	21
	Erradas	1	-	-	-	-	-	1
Tentativa e erro	Corretas	13	2	-	-	-	-	15
	Erradas	1	-	-	-	-	1	2
Redução de unidade	Corretas	-	11	1	-	6	-	18
	Erradas	-	5	1	-	1	-	7
Organização de tabelas	Corretas	-	-	-	-	-	-	-
	Erradas	-	1	-	-	-	-	1
Eliminação	Corretas	7	1	2	-	1	-	11
	Erradas	11	-	1	1	1	-	14
Só resposta	Corretas	34	25	11	22	26	42	160
	Erradas	52	53	12	54	47	36	254
Não respondeu		-	4	-	-	7	-	11

Para resolver o primeiro problema analisado, a estratégia mais eficaz foi a de Trabalhar em sentido inverso que, de acordo com Musser e Shaughnessy (1997, p. 188), consiste em desfazer as operações originais, a partir do resultado. Foi dessa forma que a maioria dos alunos que obteve êxito nesse problema resolveu: partindo da soma dos ângulos internos do triângulo e subtraindo os dois valores conhecidos (68° e 90°). Um exemplo deste tipo de resolução é apresentado na Figura 1, junto ao problema.

Fabrício percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo que tinha um ângulo de 68° . Quanto medem os outros ângulos?

- a) 22° e 90° c) 56° e 56°
 b) 45° e 45° d) 90° e 28°

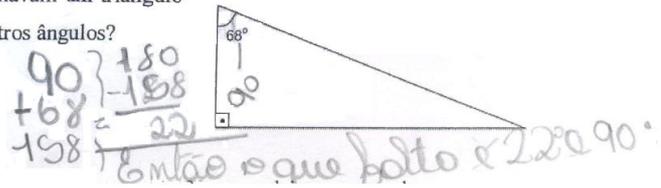


Figura 1: Problema 1 e resolução utilizando a estratégia de Trabalhar em sentido inverso. Problema extraído de http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/8_matematica.pdf

A estratégia de Tentativa e erro também demonstrou-se eficaz, sendo que aqueles que a utilizaram, eliminaram inicialmente as alternativas b e c, provavelmente por não conterem o ângulo de 90° , que precisa ser reconhecido no desenho a partir de sua representação. Na sequência, somaram os dois valores constantes nas alternativas restantes com os 68° do desenho, verificando o total 180° . Chama a atenção a quantidade de alunos que apenas assinalou uma alternativa errada, o que nos leva a inferir que não souberam como resolver ou não entenderam o problema.

Com relação ao segundo problema analisado, a estratégia mais utilizada foi o Cálculo formal, que consistiu em somar os torcedores e destacar 20% destes, seja através de Regra de Três Simples, como apresentado na Figura 2 ou com cálculos simultâneos de multiplicação e divisão sem formalização.

Num jogo de futebol, compareceram 20 538 torcedores nas arquibancadas, 12 100 nas cadeiras numeradas e 32 070 nas gerais. Naquele jogo, apenas 20% dos torcedores que compareceram ao estádio torciam pelo time que venceu a partida. Qual é o número aproximado de torcedores que viram seu time vencer?

- a) 10 000 b) 13 000 c) 16 000 d) 19 000 e) 22 000

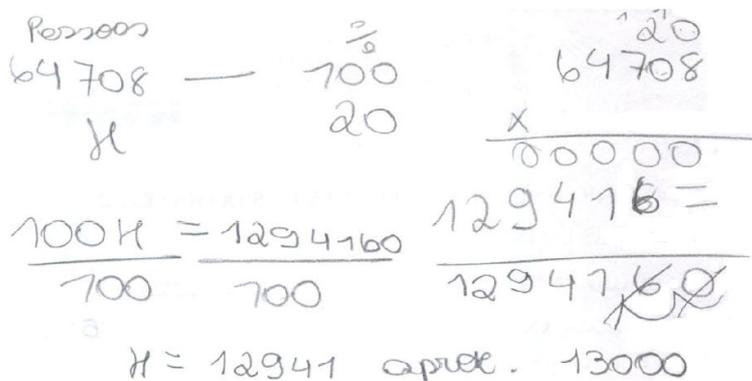


Figura 2: Problema 2 e resolução utilizando a estratégia de Cálculo formal. Problema extraído de http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/8_matematica.pdf

Ressaltamos uma discreta utilização da estratégia de Redução de unidade, na qual foram enquadradas resoluções semelhantes à apresentada na Figura 3, onde o aluno utilizou noções de equivalência de frações, dividindo o total de torcedores por 5.

Handwritten mathematical work showing three vertical division problems. The first is $20538 \div 12 = 1711$ with a remainder of 6. The second is $64708 \div 12 = 5391$ with a remainder of 4. The third is $64708 \div 15 = 4313$ with a remainder of 13. A large 'X' is drawn over the second and third divisions. The text "3,339 = 50%" is written next to the second division.

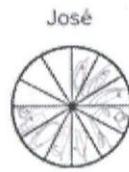
Figura 3: Resolução do problema 2 utilizando a estratégia de Redução da unidade

Percebe-se que o aluno dividiu, inicialmente, o total de torcedores por 2, destacando o quociente como 50% e este, novamente por 2, anulando tais divisões, provavelmente por perceber que chegaria a 25% dessa forma. Podemos inferir que os alunos que utilizaram esta estratégia conseguiram estabelecer a relação existente entre números percentuais e sua representação fracionária, tornando a divisão mais simples, por não envolver valores altos e permitindo o uso de uma única operação o que pode agilizar o processo de resolução.

Na Figura 4 apresentamos o terceiro problema analisado, com a resolução de um aluno que utilizou o Desenho que constituía o enunciado para resolvê-lo. Esta estratégia foi a mais utilizada, provavelmente pela inserção da representação da divisão das pizzas como componente do problema, permitindo ao aluno, pintar as partes indicadas para cada personagem, podendo compará-las.

Resultado semelhante foi encontrado em outro estudo (FURLANETTO, 2013) no qual o mesmo problema foi proposto e, na ocasião, todos os participantes utilizaram a estratégia de Desenho de forma exitosa para resolver o problema. No mesmo estudo, em uma situação em que o Desenho que constituía o problema foi excluído, alguns alunos demonstraram indícios de tentar comparar os dados numéricos que foram incorretamente representados, ou seja, na escrita fracionária, inverteram o numerador e o denominador. Este fato pode revelar dificuldades no trato com frações e indícios de que tal conceito não tenha sido compreendido e abstraído.

3) Observe as figuras:



Nós pintamos os círculos assim não resolvemos.

Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho.

Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis. José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então,

- (A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.
- (B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.
- (C) Pedrinho comeu o dobro do que José comeu.
- (D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.

Figura 4: Problema 3 e resolução utilizando a estratégia Desenho. Problema extraído de Simulado da Prova Brasil 2011, 8ª série/9º ano, disponível em http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=16640&Itemid=1109

Na Figura 5, apresentamos outro problema que envolve a comparação de frações e que foi resolvido pela maioria dos alunos de forma exitosa através de Cálculo, simplificando as representações fracionárias inseridas no enunciado. É importante ressaltar que, neste caso, diferentemente do anterior, não houve a necessidade de representar as frações antes de operar, caso o aluno optasse pela simplificação, visto que as mesmas já estavam expressas no enunciado do problema.

Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Até agora, João andou $\frac{6}{8}$ do caminho; Pedro $\frac{9}{12}$; Ana, $\frac{3}{8}$ e Maria $\frac{4}{6}$. Os amigos que se encontram no mesmo ponto do caminho são:

- a) João e Pedro
- b) João e Ana
- c) Ana e Maria.
- d) Pedro e Ana

JOÃO $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ *PEDRO* $\frac{3}{8} = \frac{3}{8}$ *ANA* $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ *MARIA*

↓ JUNTO

Figura 5: Problema 4 e resolução utilizando a estratégia Cálculo formal. Problema extraído de Brasil (2008)

Alguns alunos ainda assim optaram por desenhar as frações para identificar os amigos que estavam no mesmo ponto do percurso, como apresentado na Figura 6. Entretanto, percebe-se um número expressivo de alunos que apenas assinalaram uma resposta e erraram, o que não aconteceu com tanta intensidade no problema anterior. Podemos inferir que estes alunos não souberam lidar com as frações, apesar de estarem representadas e tampouco perceberam que poderiam fazer uso de Desenho.

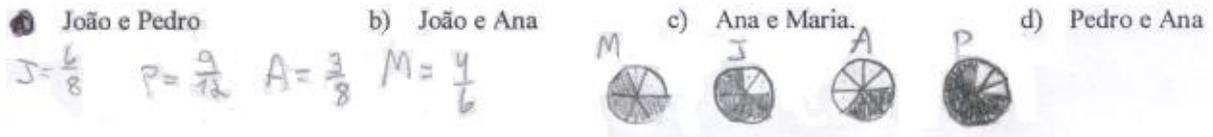


Figura 6: Resolução do problema 4 utilizando a estratégia Desenho

Com relação ao quinto problema analisado, destaca-se novamente um expressivo número de alunos que apenas assinalou uma resposta errada, apesar da insistência do grupo de pesquisadores para que o desenvolvimento da resolução fosse apresentado. A estratégia mais utilizada foi o Cálculo formal, sendo enquadradas nesta categoria as resoluções utilizando a razão de proporcionalidade, como no exemplo apresentado na Figura 7, ou ainda, através de regra de três simples, semelhante ao apresentado na Figura 8.

No pátio de uma escola, a professora de matemática pediu que Júlio, que mede 1,60m de altura, se colocasse em pé, próximo de uma estaca vertical. Em seguida, a professora pediu a seus alunos que medissem a sombra de Júlio e da estaca. Os alunos encontraram as medidas de 2m e 5m, respectivamente, conforme ilustram as figuras abaixo.

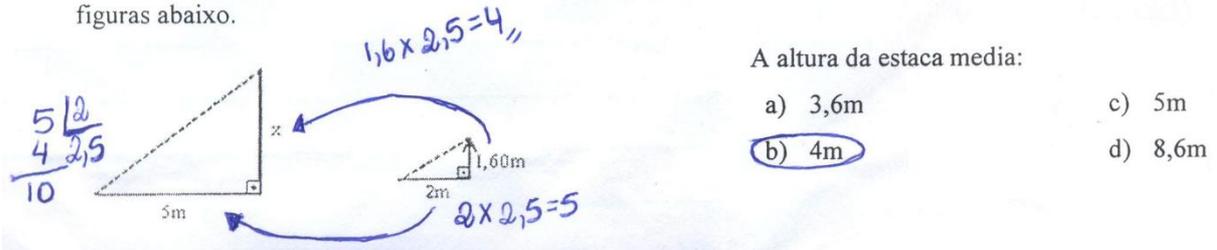


Figura 7: Problema 5 e resolução utilizando a estratégia Cálculo formal utilizando a razão de proporcionalidade. Problema extraído de Brasil (2008)

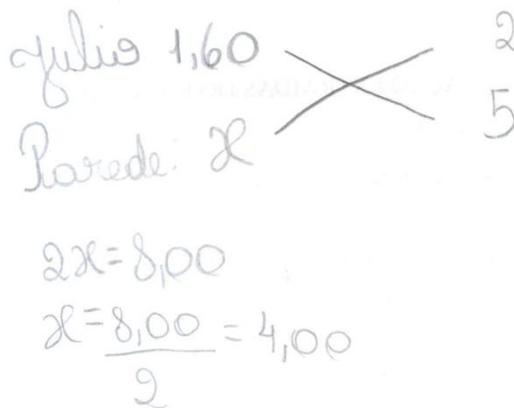


Figura 8: Resolução de problema 5 utilizando a estratégia Cálculo formal através de regra de três

Apesar de em menor quantidade, a estratégia de Redução à unidade também foi utilizada para resolver este problema, com alto índice de eficácia. Destacamos na Figura 9 a resolução de um aluno que percebeu que para cada 1,6m de altura forma-se uma sombra de 2m. Logo, fez as relações seguintes, baseadas nesta, como pode-se observar no exemplo, chegando à altura da estaca.

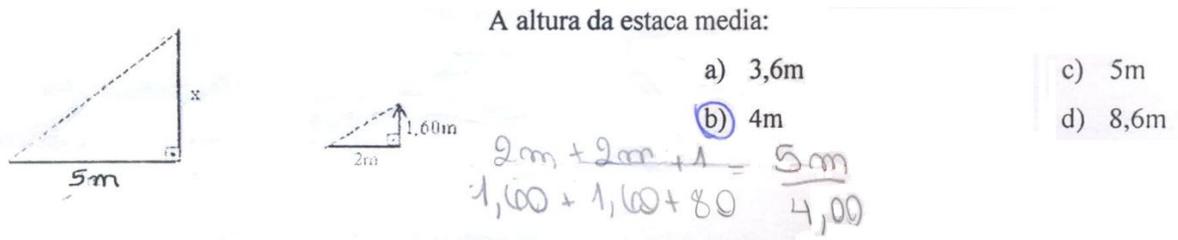


Figura 9: Resolução do problema 5 utilizando a estratégia Redução de unidade

Apesar do foco deste estudo nas estratégias utilizadas para resolver os problemas propostos, cabe destacar o alto índice de alunos que utilizou o Cálculo de forma errada, optando por simplesmente adicionar os três valores apresentados no enunciado, podendo revelar indícios de dificuldades na interpretação do mesmo.

O último problema analisado é apresentado na Figura 10, com resolução através de Desenho, que se demonstrou a estratégia mais eficaz. Neste caso, os alunos desenharam a reta numérica, com os valores 12°C e -7°C nas extremidades e contaram os intervalos. Cavalcanti (2006, p. 127) destaca que o desenho pode ser utilizado pelo aluno para representar aspectos da situação, auxiliando na interpretação do problema ou para resolvê-lo. Neste caso, o desenho pode ser utilizado sozinho ou associado a sinais matemáticos, que foi a forma mais utilizada para resolver o problema 6.

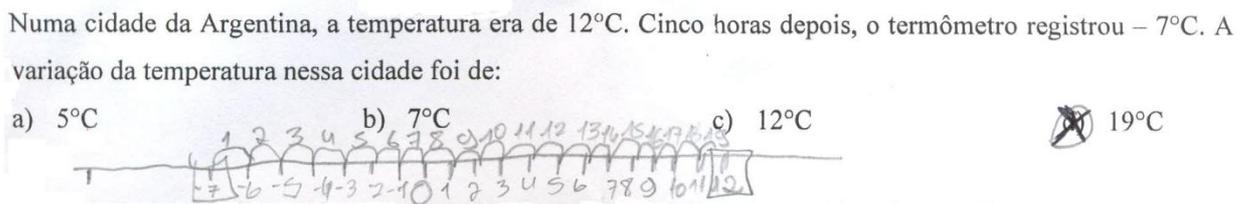


Figura 10: Problema 6 e resolução utilizando a estratégia Desenho. Problema extraído de Brasil (2008)

Cabe ressaltar que o Cálculo formal foi a estratégia mais utilizada e, em contraposição aos demais problemas analisados, o índice de erros foi superior ao de acertos. A maioria dos alunos que erraram ao utilizar tal estratégia ignorou a informação “variação de temperatura” que leva à operação de subtração ou ainda, o sinal negativo dos 7°C , apresentando o Cálculo $12 - 7$, apenas.

Com relação à categoria Só resposta, também surpreende, em comparação aos demais problemas, o índice de acertos ser maior que o de erros. Dentre as resoluções enquadradas nesta categoria, estão aquelas em que os alunos descreveram ter “contado” a partir do 12 até chegar ao -7, dando indícios de que tenham simulado o termômetro contando nos dedos ou no papel, o que demonstrou-se eficaz, provavelmente por ser um problema simples.

Considerações Finais

Neste estudo apresentamos a análise das estratégias de resolução de problemas desenvolvidas por alunos da Educação Básica durante uma intervenção realizada pelo grupo de pesquisadores do Observatório da Educação. Durante a atividade, foram propostos aos alunos, 54 problemas envolvendo conteúdos diversificados, como Geometria, Porcentagem, Proporcionalidade, Frações, etc.

Em nossos estudos sobre o tema, percebemos que o número de investigações acerca das estratégias utilizadas pelos alunos é bastante restrito e, na maioria dos casos, trata de um único conteúdo. Salientamos que consideramos importante que o aluno conheça e possa utilizar diferentes estratégias de resolução de problemas para que, ao deparar-se com essas situações matemáticas, tenha mais subsídios para optar pela forma que considerar mais fácil ou eficaz.

Percebemos que a estratégia mais utilizada para resolver os problemas analisados foi o Cálculo formal, mas apesar disso, o percentual de acertos nos problemas em que foram utilizadas outras estratégias supera o desta. No caso do primeiro problema, a estratégia mais utilizada e de forma eficaz, foi Trabalhar em sentido inverso.

Em alguns casos, como o do segundo problema analisado, a utilização de estratégias diferenciadas como a Redução de unidade, apesar de exigir o emprego da divisão, pode tornar a resolução mais simples e com aplicação de menos cálculos, reduzindo a possibilidade de pequenas falhas no desenvolvimento do processo. No caso do sexto problema, percebe-se que o emprego do Cálculo formal gerou índice de erros maior que o de acertos, enquanto que, os que utilizaram Desenho, obtiveram maior eficácia.

Com relação à grande quantidade de alunos que apenas assinalou uma resposta, na maioria dos casos, errada, não é possível, neste estudo, identificar o motivo. Esse tipo de atitude pode revelar indícios de que tais alunos resolveram mentalmente o problema ou ainda, escolheram aleatoriamente uma resposta para assinalar, podendo esta opção, ser decorrente de dificuldades com a interpretação. Pode sugerir ainda, falta de adesão e comprometimento com a proposta de resolver problemas, seja ela feita pelo professor, grupo de pesquisa ou mesmo, pelo sistema avaliativo. Nesses casos, em que o aluno apenas assinala uma resposta e acerta, pode ficar a falsa impressão de compreensão do problema e até mesmo, do conteúdo envolvido.

Acreditamos que as dificuldades demonstradas pelos estudantes na resolução dos problemas propostos pode estar relacionada à forma compartimentada com que, muitas vezes, os conteúdos são apresentados em algumas escolas. Para Cury e Sampaio (2006), muitos alunos tem a visão de que a resolução de problemas sinaliza o término do estudo de algum conteúdo para iniciar o próximo, o que pode condicioná-lo a buscar um Cálculo para resolver, podendo este estar desvinculado à compreensão da situação, desfavorecendo a aprendizagem.

Esperamos com este trabalho, contribuir no sentido de auxiliar os professores a conhecer outra possibilidade de trabalhar a resolução de problemas com seus alunos. A resolução de problemas matemáticos de forma desvinculada de conteúdos, proporciona ao aluno, a oportunidade de interpretar e criar suas próprias

formas de resolver, sem esperar que alguém lhe indique como deve resolver. Salientamos que não temos a pretensão de sugerir a eliminação do ensino de conteúdos na Matemática escolar, mas consideramos importante que os alunos tenham a oportunidade de conhecer e utilizar, caso considerem pertinente, as diferentes estratégias passíveis de serem utilizadas na resolução de problemas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB; Inep, 2008. 193 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: Habilidades básicas para aprender matemática. 1. ed. Reimp. São Paulo: Artmed, 2006. p. 121 – 149.

CURY, H N.; SAMPAIO, M L. F. B. O Desafio de Substituir Letras por Números: que conteúdos e estratégias podem ser desenvolvidos? **Bolema**, Rio Claro, v. 19, n. 26, 2006. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1850/1611>>. Acesso em: 28 nov. 2011.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II. n.2. Brasília. 1989. P. 15-19.

DANTE, L. **Didática da resolução de problemas de matemática**: 1ª a 5ª series. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.

DULLIUS, M. M. et al. Estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos. **Revista chilena de educación científica**, v.10, n.1, p. 23-32, 2011.

FURLANETTO, V. **Explorando estratégias diferenciadas na resolução de problemas matemáticos**. 2013. 122 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.) **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p.188 – 201.

POLYA , G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, Stephen, REYS, Robert; tradução Hygino H. Domingues, Olga Corbo. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: Habilidades básicas para aprender matemática. Reimp. São Paulo: Artmed, 2006. p. 103 – 120.

YIN, Robert K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Tradução de Ana Thorell. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

Sites consultados:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=16640&Itemid=1109

http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/8_matematica.pdf