
ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO MATERIAL MANIPULÁVEL À LUZ DA BNCC

TEACHING SPATIAL GEOMETRY USING MANIPULABLE MATERIAL IN LIGHT OF THE BNCC

ENSEÑANZA DE GEOMETRÍA ESPACIAL UTILIZANDO MATERIAL MANIPULABLE A LA LUZ DEL BNCC

Antônio Carlos Ferreira*
Cristiane Ruiz Gomes**
Paulo Vilhena da Silva***

RESUMO

Este artigo investiga a efetividade do uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria Espacial, com foco nas competências e habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio. A pesquisa surge em resposta ao baixo desempenho dos alunos em avaliações de larga escala e à escassez de estudos sobre o tema, propondo uma abordagem que vai além das aulas expositivas tradicionais. Utilizando uma metodologia qualitativa, esta pesquisa participante, propõe e executa uma sequência didática com alunos de uma escola pública em Ananindeua-Pará, buscando analisar a relação entre o uso de materiais manipuláveis e o desenvolvimento das habilidades geométricas. Os resultados indicam que essa abordagem pedagógica não apenas facilita a compreensão dos conceitos geométricos, mas também promove um aprendizado mais ativo e significativo, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e preparados para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Material Manipulável. Geometria Espacial. Base Nacional Comum Curricular. Ensino Médio.

ABSTRACT

This article investigates the effectiveness of using manipulative materials in teaching Spatial Geometry, focusing on the skills and abilities proposed by the National Common Core Curriculum for High School. The research arises in response to the low performance of students in large-scale assessments and the lack of studies on the subject, proposing an approach that goes beyond traditional expository classes. Using a qualitative methodology, this participatory research proposes and executes a didactic sequence with students from a public school in Ananindeua-Pará, seeking to analyze the relationship between the

* Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA), é docente da Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC), Ananindeua, Pará, Brasil. E-mail: acferreira6996@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9444-0028>

** Doutora em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Pará (UFPA). É professora da Universidade Federal do Ceará (UFC), Fortaleza, Ceará, Brasil. E-mail: cris.ruiz.gomes@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9368-6248>

*** Doutor em Educação Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). É docente da Faculdade de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e Naturais (FACMAT/ICEN/UFPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: pvilhena@ufpa.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3989-5927>



use of manipulative materials and the development of geometric skills. The results indicate that this pedagogical approach not only facilitates the understanding of geometric concepts, but also promotes more active and meaningful learning, contributing to the formation of critical citizens who are prepared to face the challenges of the contemporary world.

Keywords: Mathematics Teaching. Manipulable Material. Spatial Geometry. National Common Curricular Base. High School.

RESUMEN

Este artículo investiga la efectividad del uso de materiales manipulativos en la enseñanza de la Geometría Espacial, enfocándose en las destrezas y habilidades propuestas por la Base Curricular Común Nacional para la Educación Secundaria. La investigación surge como respuesta al bajo desempeño de los estudiantes en evaluaciones masivas y a la escasez de estudios sobre el tema, proponiendo un enfoque que va más allá de las clases magistrales tradicionales. Utilizando una metodología cualitativa, esta investigación participativa propone y ejecuta una secuencia didáctica con estudiantes de una escuela pública de Ananindeua-Pará, buscando analizar la relación entre el uso de materiales manipulativos y el desarrollo de habilidades geométricas. Los resultados indican que este enfoque pedagógico no sólo facilita la comprensión de conceptos geométricos, sino que también promueve un aprendizaje más activo y significativo, contribuyendo a la formación de ciudadanos críticos y preparados para enfrentar los desafíos del mundo contemporáneo.

Palabras clave: Enseñanza de Matemáticas. Material manipulable. Geometría espacial. Base Curricular Nacional Común. Escuela secundaria.

1 INTRODUÇÃO

A Geometria Espacial é uma área fundamental da Matemática que se relaciona diretamente com a compreensão do espaço e das formas tridimensionais que nos cercam. No entanto, o ensino dessa disciplina enfrenta desafios significativos, como a dificuldade dos alunos em visualizar e manipular conceitos geométricos, o que pode levar a uma compreensão superficial do conteúdo e o baixo desempenho em exames de larga escala como Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE). Para o município de Ananindeua o SisPAE avaliou em 2018 que 65,4% dos alunos do 2º ano do Ensino Médio (EM) teriam conhecimento matemático classificado como abaixo do básico. (PARÁ, 2018).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

É um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos

de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2017, p. 7).

Isto é, o documento estabelece diretrizes que visam promover uma educação mais significativa e contextualizada, enfatizando a importância de desenvolver competências e habilidades que preparem os estudantes para os desafios do mundo contemporâneo.

Neste contexto, a utilização de materiais manipuláveis surge como uma estratégia pedagógica promissora. Esses recursos permitem que os alunos interajam fisicamente com os conceitos geométricos, facilitando a visualização e a compreensão das relações espaciais. A prática de manipular objetos tridimensionais pode não apenas tornar o aprendizado mais dinâmico e envolvente, mas também contribuir para a construção de um conhecimento mais sólido e duradouro. Assim, o objetivo deste trabalho é investigar a efetividade do uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria Espacial, com foco nas competências e habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio.

Este trabalho é um recorte de uma dissertação¹ de mestrado oriunda do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual em Ananindeua, Pará, com alunos do 2º ano do Ensino Médio. A metodologia adotada foi qualitativa com observação participante, permitindo analisar *in loco* as experiências dos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem. Através da aplicação de uma sequência didática que incorporou materiais manipuláveis, o estudo buscou avaliar a efetividade dessa abordagem na promoção do domínio das competências geométricas, bem como na motivação e no engajamento dos estudantes.

Este artigo está organizado em sete seções. As seções 2 e 3 apresentam o referencial teórico deste trabalho, de modo que, a seção 2 discute o ensino de geometria e o material manipulável, enquanto, a seção 3 apresenta considerações acerca do currículo e da BNCC. A seção 4 apresenta a metodologia utilizada. A proposta e execução da sequência didática compõe a seção 5. Posteriormente, na seção 6, é feita uma breve análise à luz da BNCC. Por fim, são apresentadas as considerações finais do trabalho.

¹ FERREIRA, Antonio Carlos. **O uso de material manipulável no ensino de Geometria espacial: um olhar investigativo sobre a BNCC para o Ensino Médio.** 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Belém, 2020.



2 ENSINO DE GEOMETRIA E O MATERIAL MANIPULÁVEL

Uma das vertentes do ensino de geometria é o desenvolvimento do pensamento geométrico através da visualização, Moraes (2014) destaca os estudos de van Hiele na Geometria Plana e de Gutiérrez na Geometria Espacial.

O Modelo de van Hiele é resumido como:

O Modelo de van Hiele do pensamento geométrico se coloca como guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em geometria. O mesmo consiste de cinco níveis de compreensão, chamados **visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor** que descrevem as características do processo de pensamento (KALEFF *et al.*, 1994, p.3, grifos dos autores)

A teoria de Gutiérrez (1996) destaca as seguintes capacidades que contribuem para um aprimoramento da visualização espacial:

- a) Coordenação visual-motora;
- b) Memória visual;
- c) Percepção figura-fundo;
- d) Constância perceptual;
- e) Percepção da posição no espaço;
- f) Percepção de relações espaciais;
- g) Discriminação visual.

O não desenvolvimento adequado das atividades acima pode comprometer o domínio de conceitos e propriedades associadas a elementos próprios de Geometria. Na análise de Moraes (2014, p.17), o processo de aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio apresenta deficiências em virtude de fragilidades identificadas na prática de sala de aula, pois:

observa-se que as aulas de Geometria Espacial no 2º ano do Ensino Médio contemplam apenas os três primeiros níveis, e muitas vezes não há a construção da aprendizagem através de cada nível. O que ocorre é a apresentação do conteúdo de forma expositiva, o que resulta numa memorização dos sólidos geométricos que é posteriormente esquecida pelos alunos.

Neste contexto, o uso de materiais manipuláveis apresenta-se como uma possibilidade para o ensino de geometria espacial, pois contribui de maneira significativa para a facilitação da visualização, o desenvolvimento de habilidades práticas e estimulação do pensamento crítico.

Os materiais manipuláveis ajudam os alunos a visualizar conceitos abstratos de geometria espacial, permitindo que eles relacionem o que aprendem com objetos físicos, desenvolvendo assim, a capacidade de visualização e a compreensão de formas e suas propriedades. Moraes (2014) ressalta isto em

A utilização de modelos concretos permite que a figura geométrica possa ser observada em várias posições e angulações, tornando o registro da imagem mental mais dinâmico e com isso o aluno poderá explorar melhor as propriedades do objeto, fazer conjecturas e tirar conclusões sobre o mesmo (MORAES, 2014, p.24).

O manuseio de objetos tridimensionais permite que os alunos desenvolvam habilidades práticas e motoras, além de promover um aprendizado ativo. Essa abordagem prática pode aumentar o engajamento dos alunos e tornar o aprendizado mais dinâmico e interessante.

O uso de materiais manipuláveis pode incentivar os alunos a explorar, questionar e resolver problemas de forma criativa. Murari (2011) ressalta que a exploração ativa dos materiais estimula o pensamento crítico e a capacidade de resolução de problemas, habilidades essenciais no aprendizado da matemática

No entanto, há de se ter um olhar circunspecto para que a utilização de materiais manipulativos proporcione um resultado eficaz no processo de ensino e aprendizagem. É necessário ter uma visão crítica sobre a utilização de materiais manipulativos nas aulas de Geometria, buscando estimular uma contínua conexão entre a manipulação de materiais e situações que tenham sentido para o aluno (MURARI, 2011, p.6).

Essas contribuições destacam como a utilização de materiais manipuláveis pode contribuir para o ensino de geometria espacial, tornando-o mais eficaz e alinhado às necessidades dos alunos, conforme as diretrizes da BNCC.



3 A BNCC E A GEOMETRIA ESPACIAL

Nas orientações curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), a Geometria alcança quatro unidades temáticas, quais sejam: Geometria Plana, Espacial, Métrica e Analítica. Sendo que a Geometria Espacial deve contemplar o estudo de posições relativas de objetos geométricos assim como relações entre figuras espaciais e planas.

A BNCC em Matemática e suas tecnologias no ensino médio (BRASIL, 2017) tem como meta a integração da Matemática aplica à realidade em diferentes contextos. Nesse aspecto, a realidade do aluno tem forte influência na escolha dos objetos de estudo, permitindo, inclusive, o uso de tecnologias digitais e aplicativos para auxiliar no desenvolvimento do pensar matemático.

Para atingir essa meta, é necessário desenvolver habilidades relacionadas ao processo investigativo, à construção de modelos e à resolução de problemas, além de fomentar um raciocínio lógico baseado em argumentos que justifiquem os resultados obtidos. Para a elaboração de sequência didática apresentada neste artigo, foram selecionadas as competências e habilidades da BNCC para o Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, que serão trabalhadas por meio do uso de material manipulável, conforme descrito no Quadro 1:

Quadro 1 – Competências e habilidades da BNCC na área de Matemática e suas tecnologias utilizadas na sequência didática.

COMPETÊNCIAS	HABILIDADES
Competência 2 - Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados para situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	(EM13MAT201) Propor ações comunitárias, como as voltadas para os locais de moradia dos estudantes, dentre outras, envolvendo cálculos das medidas de área, de volume, de capacidade ou de massa, adequados às demandas da região
Competência 3 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos - Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística -, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais, como o remanejamento e a distribuição de plantações, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que

	envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.
Competência 5 - Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades Matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	<p>(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras</p> <p>(EM13MAT512) Investigar propriedades de figuras geométricas, questionando suas conjecturas por meio da busca de contraexemplos, para refutá-las ou reconhecer a necessidade de sua demonstração para validação, como os teoremas relativos aos quadriláteros e triângulos.</p>

Fonte: elaborado pelos autores com base em (BRASIL, 2017, p. 526,529,533).

4 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste artigo é uma pesquisa participante com abordagem qualitativa. A pesquisa participante é definida por Severino (2014, p. 88) como: “É aquela em que o pesquisador, para realizar a observação dos fenômenos, compartilha a vivência dos sujeitos pesquisados, participando, de forma sistemática e permanente, ao longo do tempo da pesquisa, das suas atividades”.

A metodologia incluiu a elaboração e aplicação de uma sequência didática em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual em Ananindeua – Pará, visando avaliar a efetividade do uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria Espacial, com ênfase no desenvolvimento das habilidades definidas na BNCC.

Sequência didática é definida por Nascimento e Schmiguel (2017) como:

Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula (NASCIMENTO; SCHMIGUEL, 2017, p. 121).

Corroborando com esta definição, Guimarães e Giordan (2013, p.2) afirmam que:



“Sequência Didática é um conjunto de atividades articuladas e organizadas de forma sistemática, em torno de uma problematização central.”

5 SEQUÊNCIA DIDATICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

A aplicação da metodologia foi realizada com alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual localizada no município de Ananindeua no Estado do Pará no ano de 2019. A turma selecionada para aplicação da sequência didática tinha 25 alunos matriculados, no entanto, era comum a ausência de três a cinco alunos por aula, de modo que, em média, participaram da execução das atividades cerca de 20 alunos/aula.

As atividades foram planejadas de modo que a execução ocorresse nos meses de setembro e outubro de 2019, utilizando o período correspondente a 24 hora-aulas(h/a), sendo cada hora-aula de 45 minutos, conforme o cronograma identificado no quadro 2.

Quadro 2 – Cronograma das atividades propostas na sequência didática

Nº	Carga-horária	Descrição	Objetivo
1	2 h/a	Avaliação Diagnóstica	Identificar nível de conhecimento da turma em itens relacionados a Geometria.
2	2 h/a	Sólidos geométricos – Poliedros e corposredondos	Apresentar conceitos sobre sólidos geométricos: Poliedros, Corpos Redondos, Prismas, Cilindro, Cone e Esfera
3	2 h/a	Uso de Tangram e Geoplano	Trabalhar o conceito de perímetro e área de figuras planas
4	2 h/a	Construções com canudinhos – Relação de Euler	Trabalhar a visão espacial de poliedros
5	2 h/a	Construções com Origami	Trabalhar a visão espacial de poliedros
6	2 h/a	Planificações	Relacionar formas no espaço com suas respectivas representações no plano
7	4 h/a	Visita ao laboratório de Matemática– UFPA	Visualizar, construir e manusear material que possibilite um melhor desenvolvimento do conhecimento geométrico
8	2 h/a	Jogos	Fixar conceitos discutidos nas aulas anteriores
9	4 h/a	Métrica em sólidos geométricos	Medir e comparar medidas de áreas das faces; medir e comparar volumes dos sólidos geométricos. Justificar diferenças entre valores obtidos

Fonte: elaborada pelos autores.

5.1 Atividade 1: Avaliação Diagnóstica (2h/a)

a) CONTEÚDO: Geometria plana e geometria espacial.

- b) OBJETIVO: Identificar nível de conhecimento dos alunos sobre itens relacionados a geometria.
- c) MATERIAL: Formulário contendo seis questões discursivas, conforme apêndice A.
- d) PROCEDIMENTOS: Distribuídos os questionários para os alunos, organizados em duplas, estes responderam, após discussão entre si, cada item com base nos conhecimentos sob seus domínios. O questionário foi pensado para ser aplicado em duplas para possibilitar uma prévia discussão entre os alunos a fim de alinhar entendimento sobre as respostas a serem escritas.

RESULTADOS ESPERADOS: O objetivo da atividade é identificar o nível de conhecimento dos alunos sobre geometria, compreendendo a geometria plana e a geometria espacial, a fim de planejar a abordagem mais apropriada para introduzirmos o novo assunto em classe. A expectativa é que os alunos apresentem dificuldades em responder tais questões, posto as deficiências nas séries anteriores no estudo de geometria reveladas pelos baixos índices de proficiência em matemática.

RESULTADOS ALCANÇADOS: A atividade foi realizada por 15 alunos. Ao analisar as respostas foi possível concluir que os alunos apresentavam um domínio razoável sobre o objeto de estudo da geometria, sendo capazes de citar figuras geométricas planas bem como sólidos geométricos, mas ainda há relativa dificuldade quanto à correta classificação desses entes geométricos relativamente às suas identificações conforme demonstram as respostas apresentadas no quadro 3.

Quadro 3 – Respostas à pergunta “Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.”

AD-2 Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.

*Figura Plana: Retângulo, trapézio
Jasangalo, quadrado e paralelepípedo.*

AD-2 Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.

Sim, círculo, quadrado, triângulo ...

AD-2 Você conhece alguma figura geométrica plana? Cite algumas.

Tetraedro, Dodecaedro e cubo.

Fonte: dados constituídos durante a pesquisa



No entanto, quanto às diferenças entre perímetro, área e volume, apenas 60% dos alunos responderam, sendo que as respostas demonstram elevado grau de deficiência no domínio desses conceitos. O quadro 4 apresenta algumas respostas que ratificam essa percepção.

Quadro 4 – Respostas à pergunta “Você reconhece diferenças entre perímetro, área e volume? Quais são?”

AD-5 Você reconhece diferenças entre perímetro, área e volume? Quais são?

perímetro é um segmento de reta. a área é o local dentro do perímetro volume é a calculos de dentro.

AD-5 Você reconhece diferenças entre perímetro, área e volume? Quais são?

Perímetro é a distância; área é horizontal e volume é quantidade.

Fonte: dados constituídos durante a pesquisa

Nota-se, portanto, por parte de alguns alunos a existência de lacunas de conhecimentos quanto à compreensão de perímetro como sendo a soma dos lados de um polígono ou de volume como sendo a medida do espaço interior de um sólido geométrico.

Essa dificuldade apresentada demonstra que os métodos de ensino utilizados nas séries anteriores não foram suficientes para produzir uma aprendizagem capaz de fixar no cognitivo do aprendiz conceitos básicos necessários ao desenvolvimento de competências e habilidades nessa etapa do ensino médio.

Quanto à distinção entre maquete e desenho, parece estar claro para os alunos que há distinção quanto à representação no espaço e no plano, respectivamente. Isto pode ser visto no quadro 5.

Quadro 5 – Respostas à pergunta “Quais as diferenças e as semelhanças que existem entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel?”

AD-6 Quais as diferenças e as semelhanças que existem entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel?

Maquete é 3D, desenho é plano.

AD-6 Quais as diferenças e as semelhanças que existem entre uma maquete e um desenho em uma folha de papel?

Tanto a maquete quanto o desenho em uma folha têm superfície plana. Na maquete, se transforma em algo que não é plano, enquanto o desenho permanece plano.

Fonte: dados constituídos durante a pesquisa

5.2 Atividade 2: Uso de Tangram e Geoplano (2 h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria plana
- b) OBJETIVO: Trabalhar os conceitos de perímetro e área de figuras planas.
- c) MATERIAL: Tangram, Geoplano, ligas de borracha, régua e material para anotações.
- d) PROCEDIMENTOS: Foram formadas equipes de três alunos, em seguida foram distribuídos um geoplano para cada grupo para manipulação e formação de polígonos mediante a construção dos seus respectivos lados. Em um segundo momento, foi entregue um Tangram (7 peças) para cada equipe para formação de figuras planas. Concomitantemente ao manuseio dos objetos foram discutidos os conceitos de perímetro e área de figuras planas.

RESULTADOS ESPERADOS: Com essa atividade, esperávamos que os alunos identificassem elementos que permitissem conceituar corretamente perímetro a partir da medida dos lados de figuras planas, em particular de polígonos. Ao realizar medidas do comprimento dos lados, os alunos deveriam utilizá-las no cálculo de perímetro.

Após as explicações, esperávamos que os alunos fossem capazes de perceber que figuras distintas podem apresentar perímetros iguais assim como figuras com medidas de áreas iguais podem apresentar perímetros diferentes. Com o uso do Tangram, deveriam notar que quando figuras planas são dispostas de modo que permaneçam adjacentes uma à outra, a área da nova figura formada é equivalente à soma das áreas das figuras iniciais, porém o mesmo não acontece com o perímetro.

RESULTADOS ALCANÇADOS: Ao receber o Geoplano, os alunos foram orientados a formarem com o auxílio de pinos e ligas de borracha figuras planas, tipo quadrados, retângulos



e triângulo em um mesmo instrumento, possibilitando a visualização simultânea de todas elas. Ao realizar a soma das medidas dos lados das figuras, obtendo o valor dos respectivos perímetros, comparando-as, posteriormente, perceberam a equivalência de valores ainda que as suas formas fossem distintas.

Inicialmente, o uso do Tangram foi para formação de figuras de animais afim de que tivessem um contacto com as peças do material. Em seguida, identificaram nominalmente cada uma dessa peças: quadrado, retângulo, triângulo e paralelogramo. Não percebemos dificuldades da turma nesse momento, o que demonstrou um bom domínio quanto à nomenclatura de polígonos, ainda que elementos como diagonal e altura fossem desconhecidos de alguns.

A justaposição das figuras serviu para reforçar essa diferença, uma vez que o perímetro da figura final não corresponde à soma dos perímetros originais, porém o mesmo não acontece com as áreas. A atividade com áreas produziu bons resultados, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade EM13MAT307.

5.3 Atividade 3: Sólidos Geométricos – Poliedros e Corpos Redondos (2h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria espacial.
- b) OBJETIVO: Apresentar elementos dos sólidos geométricos: Poliedros, Corpos Redondos, Prismas, Cilindro, Cone e Esfera.
- c) RECURSOS: Notebook e Datashow.
- d) PROCEDIMENTOS: Aula em forma de plenária com exposição de conteúdo relacionado aos conceitos, classificação e principais elementos dos corpos geométricos. No grupo dos poliedros, identificamos os principais elementos, como faces, vértices e arestas.

RESULTADOS ESPERADOS: A atividade se propõe a expor aos alunos, de forma verbal e ilustrada, conceitos de sólido geométrico, poliedros e corpos redondos, destacando os poliedros de Platão, a fim de prepará-los para a próxima atividade quando terão como tarefa construir alguns desses sólidos usando material manipulável.

RESULTADOS ALCANÇADOS: Nesta aula, estiveram presentes 19 alunos. Ainda que

alguns deles apresentassem conhecimentos básicos de geometria, a maioria não domina o assunto com segurança suficiente para expor suas dúvidas. Inicialmente, houve uma certa timidez por parte da classe, mas gradativamente foram apresentando seus questionamentos de modo que o rendimento foi bastante favorável para a construção de nova forma de pensar culminando na reformulação de conceitos, principalmente aos relacionados às diferenças entre plano e espaço. No final da aula, anunciamos que na próxima aula, haveria a construção de alguns sólidos.

5.4 Atividade 4: Construção de Sólidos Geométricos – Canudinhos (2 h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria espacial.
- b) OBJETIVO: Trabalhar a visão espacial de poliedros, reconhecendo seus principais elementos. Construir a relação de Euler.
- c) RECURSOS: Canudinhos de plástico e massa plástica.
- d) PROCEDIMENTOS: Divisão da turma em equipe de quatro alunos, entregando para cada grupo um kit composto de canudinhos e massa de plástica e uma folha de papel contendo o nome do poliedro que deveriam construir: cubo, paralelepípedo, tetraedro, prisma de base triangular, prisma de base pentagonal, pirâmide de base quadrada. Após a construção dos poliedros, cada grupo deveria ir a frente e citar as principais características do objeto construído, registrando o número de vértices, de faces e de arestas em uma tabela disposta no quadro.

RESULTADOS ESPERADOS: Esperávamos que os alunos, havendo assimilado os conceitos discutidos nas atividades anteriores, não apresentassem dificuldades na construção dos poliedros. Ao observar a tabela de dados preenchida, será solicitado aos alunos que identifiquem uma relação entre os valores de vértice(V), faces(F) e arestas(A) de cada sólido. Então, será construída a relação de Euler: $V + F = A + 2$.

RESULTADOS ALCANÇADOS: Para esta aula contamos com 22 alunos que foram divididos em seis grupos. Como esperávamos, não percebemos qualquer dificuldade dos grupos em construir os sólidos indicados (figura 1). Quanto à identificação da quantidade de vértices, arestas e faces, os pontos duvidosos foram esclarecidos quase sempre em discussões

levantadas dentro do próprio grupo. Nesse sentido, houve pouca intervenção do professor.

Figura 1 – alunos trabalhando em grupo.



Fonte: Acervo dos autores.

Na fase de identificação da relação de Euler, quatro dos grupos conseguiram obter a expressão correta. Neste ponto, percebemos que o uso de material manipulável cumpriu a função de facilitador do processo ensino-aprendizagem, fato confirmado pelo depoimento da maioria dos alunos aqui resumida: “sem ter em mãos a estrutura, seria difícil chegar à relação solicitada.”

5.5 Atividade 5: Construção de Sólidos Geométricos – Origami (2 h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria espacial.
- b) OBJETIVO: Trabalhar a visão espacial de poliedros convexos. Aplicar a relação de Euler.
- c) RECURSOS: Folhas de papel A4.
- d) PROCEDIMENTOS: Dividir a turma em grupos. Distribuir conjuntos de folhas sulfite, tamanho A4, para cada grupo, sendo cada conjunto específico para a construção de um determinado poliedro. Construir os seguintes poliedros: Cubo, Tetraedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro. Concluir a atividade com a verificação da relação de Euler.

RESULTADOS ESPERADOS: Por se tratar de uma construção que exige o máximo de atenção, pois pequenos erros em cada movimento podem resultar em grandes diferenças na conclusão do trabalho, esperamos que os alunos, inicialmente, enfrentem dificuldades em

acompanhar a sequência de movimentos necessários à construção dos sólidos.

RESULTADOS ALCANÇADOS: Iniciamos a atividade com um breve histórico sobre a origem do origami e sua aplicabilidade na geometria, como, por exemplo, o traçado de retas paralelas, retas perpendiculares ou diagonais de paralelogramo a partir do uso de dobraduras. No entanto, como previsto, a turma não apresentou rendimento satisfatório no desenvolvimento da atividade. Isto ocorreu como consequência, principalmente, das repetições necessárias para que todos acompanhassem de maneira uniforme as sequências de dobraduras. Assim, a construção dos sólidos extrapolou o tempo inicialmente reservado para as construções de cada corpo geométrico. Dos cinco sólidos previstos, foi possível construir apenas três: cubo, tetraedro e octaedro. Foi acordado com a turma que os demais poliedros serão construídos na visita ao laboratório da UFPA. O registro da atividade pode ser visto na figura 2.

Figura 2 – Construindo sólidos geométricos com Origami.



Fonte: Acervo dos autores.

Mesmo com as dificuldades enfrentadas, após as construções, todos os grupos apresentaram de maneira correta a relação de Euler, ao relacionar o número de vértices, faces e arestas, demonstrando assim os bons resultados obtidos a partir da manipulação do material. Constatamos a motivação da turma ao concluir a atividade, reconhecendo que uma aula diferente produz ótimos resultados para o aprendizado dos alunos.

5.6 Atividade 6: Planificações (2 h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria Espacial;
- b) OBJETIVO: Relacionar formas no espaço com suas respectivas representações no plano;
- c) RECURSOS: Cópias de sólidos geométricos planificados, cola e tesouras;
- d) PROCEDIMENTOS: Formar grupos de alunos. Entregar, para cada grupo, uma folha de



papel que contendo a planificação de um sólido geométrico, solicitando que construíssem o sólido que a originou. Em seguida, solicitar que fosse desconstruído o sólido, retornando à planificação original. Discutir com os alunos as diversas maneiras de representar as planificações de um mesmo sólido geométrico.

RESULTADOS ESPERADOS: Considerando que essa atividade teve como princípio desenvolver nos alunos a habilidade de construir a planificação de sólidos geométricos a partir da visualização do respectivo objeto, forneceremos os instrumentos necessários para que o aluno, em um ambiente colaborativo, tivesse condições aprender as diferentes formas de planificar um objeto;

RESULTADOS ALCANÇADOS: A atividade foi desenvolvida do modo como previsto. Um dos pontos que provocou maior discussão na classe foi o fato de ser possível planificar um sólido de diversas maneiras. Alguns alunos tiveram dificuldades em passar para o plano (duas dimensões) a visão de um objeto tridimensional. No entanto, quando levados a visualizar tal objeto a partir de determinados ângulos, perceberam que isso era possível. Essa situação foi mais bem definida quando o poliedro foi cortado exatamente nas arestas, permitindo a “abertura” de suas faces. A turma discutiu a possibilidade de planificar a esfera. Houve uma concordância unânime sobre a impossibilidade de isso ocorrer.

5.7 Atividade 7: Visita ao Laboratório de Matemática na UFPA (4 h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria Plana e Geometria Espacial;
- b) OBJETIVO: Visualizar, utilizar e construir material manipulável de modo a desenvolver o domínio de habilidades relacionadas à Geometria Espacial;
- c) RECURSOS: Tangram, Geoplano, Sólidos em acrílico, Origami, Multiplano e Geolig;
- d) PROCEDIMENTOS: Transporte da turma para visita ao laboratório LAPEPE I da Faculdade de Matemática da UFPA onde estavam previstas atividades com materiais manipuláveis;

RESULTADOS ESPERADOS: Com essa atividade, pretendíamos ampliar o conhecimento da turma sobre outras formas de aprender Geometria. Ao manipular objetos de diversas naturezas, tais como sólidos em material de acrílico, visualizando de diversos ângulos o interior

desses objetos, o aluno construiria nova forma de pensar, argumentar e discutir, ampliando o domínio sobre o pensar geométrico no espaço;

RESULTADOS ALCANÇADOS: Foram realizadas atividades com Tangram, Geoplano, Origami, Sólidos em Acrílico e projeção de laser sobre superfície plana em rotação. Em particular, essa experiência permitiu aos alunos a visualização da construção de um sólido de rotação, como o cilindro, o cone e a esfera, a partir de um retângulo, de um triângulo e de um semicírculo, respectivamente, colaborando para formação de uma imagem mental do sólido relacionando o espaço como uma expansão do plano;

Na oportunidade, foi possível concluir a construção em Origami do dodecaedro, não possível de construção na escola (vide atividade 5), levando os alunos a uma visualização desse sólido e a confirmar a validade da relação de Euler para poliedros complexos. O contato com material em acrílico permitiu aos alunos observar elementos como diagonal do sólido, altura e, no caso do cilindro e do cone, a geratriz, fato que contribuiu para melhor fixar os conceitos estudados em sala de aula.

5.8 Atividade 8: Jogos Matemáticos (2h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria Plana e Geometria Espacial;
- b) OBJETIVO: Fixar conceitos específicos de Geometria Espacial;
- c) RECURSOS: Jogo de cartas e Jogo de dominó;
- d) PROCEDIMENTOS: No jogo de cartas, o grupo se dividirá em equipes e será distribuído um conjunto de 9 cartas para cada equipe. Dispondo as demais, viradas para baixo, em um monte sobre a mesa. Cada equipe, na sua vez de jogar, compra uma carta e verifica se forma um trio de cartas composto por: figura, nome e planificação do mesmo sólido geométrico. Caso positivo, descarta essas cartas; caso negativo, descarta uma carta qualquer à sua escolha e passa a vez para a equipe seguinte. Vence o jogo a equipe que primeiro conseguir “zerar” a quantidade de cartas em suas mãos; no jogo de dominó, as peças são distribuídas em igual quantidade entre as equipes. Por um critério qualquer, é escolhida a equipe que inicia o jogo. Essa equipe dispõe uma carta sobre a mesa. A partir desse momento, cada equipe, em sua vez de



jogar, deve observar as figuras ou nomes dispostos na extremidade da fila de cartas sobre a mesa. Caso possua uma carta que se relacione com esses elementos, deve dispor adjacente à respectiva carta. Caso negativo, passa sua vez para a próxima equipe. Vencerá o jogo quem primeiro “zerar” a quantidade de cartas em suas mãos.

RESULTADOS ESPERADOS: Essa atividade teve como objetivo fixar conceitos previamente abordados em sala de aula, tais como nome de sólidos geométricos e planificações. De acordo com a habilidade EM13MAT309 da BNCC para o Ensino Médio, o aluno deverá resolver problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, e para isso se faz necessário o domínio do reconhecimento desses sólidos na sua representação tridimensional ou planificados;

RESULTADOS ALCANÇADOS: A atividade foi desenvolvida de forma regular. Por seu caráter lúdico, tornou a aula bastante dinâmica com a participação de todos os alunos. Percebemos que algumas equipes ainda não dominam de modo adequado a planificação de alguns sólidos e, nesses momentos, fez-se necessária a intervenção do professor, esclarecendo o procedimento para planificar um corpo geométrico. Em resumo, porém, consideramos alcançados os objetivos propostos para a aula.

5.9 Atividade 9: Métrica em sólidos geométricos (4h/a)

- a) CONTEÚDO: Geometria Plana e Geometria Espacial;
- b) OBJETIVO: Utilizar instrumentos de medidas e aplicar fórmulas na determinação de valores associados a sólidos geométricos diversos;
- c) RECURSOS: Corpos sólidos em acrílico, água, régua e folhas com situação problema;
- d) PROCEDIMENTOS: A atividade foi realizada no laboratório multiuso da escola Luiz Nunes Direito, de acordo com as seguintes etapas: - Divisão da turma em grupos; - Entrega de uma folha contendo a descrição de uma situação-problema para ser solucionada; Disponibilização sobre uma bancada de: sólidos geométricos em acrílico e instrumentos de medição, tais como: régulas, trenas, paquímetro, transferidor, compassos, esquadros; - Solicitação de a devolução

das folhas de papel com a resolução do problema;

Na 2^a. Fase da atividade, houve aplicação de novas situações-problema para os grupos submetidos ao rodízio de componentes.

RESULTADOS ESPERADOS: Com a realização dessa atividade, buscamos desenvolver nos alunos habilidades para executar medições, aplicando o resultado dessas medidas na resolução de problemas. Ao trabalhar em equipe, ressaltamos a necessidade de construir um pensar colaborativo instigando o grupo a pensar modos diferentes de resolver uma situação-problema, elaborando argumentos, discutindo propostas, testando e validando soluções. Isso está de acordo com a competência 3 da BNCC da área de Matemática ao declarar que o estudante deve “interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente” (BRASIL, 2017, p. 527). Para esse fim, a manipulação de material concreto deve se revelar como instrumento eficiente, a partir do conhecimento construído nas atividades anteriores aliados às aulas expositivas aplicadas em outros momentos.

RESULTADOS ALCANÇADOS: Ao receberem a folha com a situação-problema, em um primeiro momento, percebeu-se o interesse dos grupos em fazer uma leitura para compreensão da situação proposta, previamente à seleção dos sólidos especificados e instrumentos adequados para realização das medidas.

Figura 3 – Medição dos sólidos geométricos.



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 4 – Cálculo de volumes.



Fonte: Acervo dos autores.

Observamos que não houve dúvidas por parte dos alunos quanto à interpretação dos



problemas nem quanto à escolha dos sólidos citados na questão. Com os sólidos e instrumentos em mãos, iniciaram as medições e cálculos pertinentes à resolução do problema, o registro pode ser visto nas figuras 3 e 4.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Ademais do que foi discutido na seção anterior, aqui apresentamos uma análise resumida das habilidades e competências desenvolvidas em cada atividade realizada.

As atividades 2 e 3 contribuíram para uma compreensão das propriedades de perímetros e áreas e de medidas de áreas, aspectos importantes para construção da habilidade EM13MAT201 indicada no quadro 1.

As atividades 4 e 5 ao permitirem que os alunos, mediante a utilização de material específico, construíssem sólidos geométricos possibilitaram a visualização de elementos essenciais na resolução e elaboração de problemas que envolvem o cálculo de áreas, em alinhamento com o que propõe a habilidade EM13MAT309, vinculada à competência 5 da área de Matemática e suas Tecnologias.

A atividade 6 demonstrou ser importante para desenvolver no aluno a habilidade em comparar figuras planas e sólidos geométricos, diferenciando unidimensionais, como perímetro, de medidas bidimensionais, como área, e de medidas tridimensionais, como volume e capacidade, aspectos relacionados à habilidade EM13MAT504.

A atividade 7 foi composta por um conjunto de ações, com destaque para o trabalho com sólidos de rotação, cilindro, cone e esfera. Essa visualização propiciou ao aluno uma melhor compreensão de elementos como geratriz e altura de cone, raio da base de cilindro e raio de esfera desenvolvendo a habilidade EM13MAT307.

As atividades 8 e 9 desenvolveram nos alunos a habilidade para resolver problemas de natureza semelhante aos indicados nas habilidades EM13MAT309 e EM13MAT504, ao induzir conhecimentos acerca de instrumentos de medição e a realização de medição de sólidos geométricos, levando-o a determinar valores de alturas, raios e área da base.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo investigar a efetividade do uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria Espacial, com foco nas competências e habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio. Para tanto, identificamos as habilidades que mencionam o cálculo de medidas de áreas, de volumes de prismas, pirâmides, cilindros e cones, e buscamos construir uma metodologia que contemplasse a construção dessas habilidades e fosse além do uso de quadro e giz como principais instrumentos no processo de ensino e de aprendizagem.

Com a realização das aulas propostas na sequência didática, observamos que o processo de ensino e aprendizagem se desenvolveu de modo dinâmico e eficiente com a utilização de materiais manipuláveis. Durante o processo de execução das atividades, percebemos o empenho dos alunos ao compartilharem conhecimentos, descobrindo relações entre elementos da Geometria Plana e da Geometria Espacial, assim como a aplicabilidade desses conhecimentos no dia a dia de suas realidades.

A sensação experimentada pelo grupo, especialmente nas atividades de construção com a técnica de Origami, ao se identificarem como agentes criativos, promove a autoestima e potencializa a capacidade de aprendizagem do aluno.

A partir dos processos de aprendizagem construídos com o grupo de alunos, concluímos que se torna extremamente recomendável o uso de material manipulável como instrumento facilitador das competências e habilidades alinhadas à BNCC para o Ensino Médio quando estas são referenciadas a elementos da Geometria Espacial.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: orientações curriculares para o Ensino Médio. Brasília, DF: MEC, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 12 de agosto de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME. 2017. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>>. Acesso em: 12 de agosto de 2019.



GUIMARÃES, Yara.; GIORDAN, Marcelo. Elementos para validação de sequências didáticas. In: **9º Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 9, p. 1-8, 2013.

GUTIERREZ, Angel. **Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework**. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf> . Acesso em: 04 nov 2019.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland et al. Desenvolvimento do pensamento geométrico-o modelo de van Hiele. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 9, n. 10, p. 21-30, 1994. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10671/7055>. Acesso em: 20 mar 2020.

MORAES, Luciana de Souza. **A Geometria Espacial no Ensino Médio: um estudo sobre o uso do material concreto na resolução de Problemas**. 2014. 57f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Matemática PROFMAT, Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=1062&id2=983. Acesso em: 20 mar 2020.

MURARI, Claudemir. Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, p. 187-211, 2011. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5744>. Acesso em: 20 mar 2020.

NASCIMENTO, Edvaldo Lopes; SCHIMIGUEL, Juliano. Referenciais teóricos metodológicos: sequências didáticas com tecnologias no ensino de matemática na Educação Básica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 2, p. 115- 126, 2017. DOI: <https://doi.org/10.26843/renclima.v8i2.1281>.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação. Sistema paraense de avaliação educacional. Belém, 2018. Disponível em: <https://sispae.vunesp.com.br/> Acessado em: 12 fev 2020.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2017.

COMO CITAR - ABNT

FERREIRA, Antônio Carlos; GOMES, Cristiane Ruiz; SILVA, Paulo Vilhena da. Ensino de geometria espacial utilizando material manipulável à luz da BNCC. **Areté - Revista Amazônica de Ensino de Ciências**, Manaus, v. 18, n. 32, e22026, ago./dez., 2022. <https://doi.org/10.59666/Arete.1984-7505.v18.n32.4079>

COMO CITAR - APA

Ferreira, A. C., Gomes, C. R., Silva, P. V. da. (2022). Ensino de geometria espacial utilizando material manipulável à luz da BNCC. *Areté - Revista Amazônica de Ensino de Ciências*, 18(32), e22026. <https://doi.org/10.59666/Arete.1984-7505.v18.n32.4079>

LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença *Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)* . Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



HISTÓRICO

Submetido: 25 de setembro de 2022.

Aprovado: 28 de novembro de 2022.

Publicado: 30 de dezembro de 2022.